

隠れマルコフ型雑音通信路に対する 低密度パリティ検査符号の復号に関する一考察

—パラメータが未知の通信路に対する一復号法—

細谷 剛† 八木 秀樹† 小林 学‡ 平澤 茂一†

† 早稲田大学理工学部経営システム工学科 〒169-8555 東京都新宿区大久保 3-4-1

‡ 湘南工科大学工学部情報工学科 〒251-8511 神奈川県藤沢市辻堂西海岸 1-1-25

E-mail: †{hosoya,yagi,hirasawa}@hirasa.mgmt.waseda.ac.jp, ‡kobayasi@info.shonan-it.ac.jp

あらまし LDPC 符号の代表的復号法である sum-product アルゴリズムは事後確率 (APP) 復号に基づいて雑音が混入した受信系列に対して復号を行う。その際、尤度を計算する必要があるため、通信路のパラメータは既知であることを仮定している。しかし、現実の通信路を想定した場合、パラメータが既知であることは稀である。そこで、通信路雑音が隠れマルコフモデルに従うと仮定した上で、パラメータが未知の場合でもパラメータを推定しつつ復号を行う手法を提案する。その結果、パラメータが既知の場合と同程度の復号誤り確率を達成できることを示す。

キーワード LDPC 符号, sum-product アルゴリズム, 隠れマルコフモデル, Baum-Welch アルゴリズム

A Decoding Algorithm of Low Density Parity Check Codes for Hidden Markov Noise Channel

— A decoding algorithm for a channel with unknown parameters —

Gou HOSOYA†, Hideki YAGI†, Manabu KOBAYASHI‡, and Shigeichi HIRASAWA†

† Sciece and Engineering, Waseda University Okubo 3-4-1, Shinjuku-ku, Tokyo, 169-8555 Japan

‡ Faculty of Engineering, Shonan Institute of Technology Tsujido Nishikaigan 1-1-25, Fujisawa-shi,
Kanagawa, 251-8511 Japan

E-mail: †{hosoya,yagi,hirasawa}@hirasa.mgmt.waseda.ac.jp, ‡kobayasi@info.shonan-it.ac.jp

Abstract Sum-product algorithm, a well-known decoding algorithm of LDPC codes, is based on APP decoding to decode each received symbol. We usually assume that the parameters of channels are known, since a likelihood of channel noise is needed. When we consider applying it to practical channels, it is rarely that the parameters of channels are known. In this paper we propose a decoding algorithm combined with estimating unknown parameters of channels and we show that the bit error probability is as close as that of a decoding algorithm in which the parameters are known.

Key words LDPC codes, sum-product algorithm, Hidden Markov Model, Baum-Welch algorithm

1. ま え が き

低密度パリティ検査 (以下 LDPC) 符号 [1][2] は、1960 年に R.G.Gallager によって提案された後、長い間その存在が忘れられたが、最近その復号性能が見直されて、盛んに研究されている。LDPC 符号の代表的な復号法である sum-product アルゴリズムは、LDPC 符号に対し確率的復号を繰り返し行うことにより、復号誤り確率を低減することができる特徴を持つ。そのため、長い符号長の LDPC 符号に対して sum-product アルゴリズムを用いることにより、Shannon 限界に迫る結果を達成できることが、計算機シミュレーションによって示されている。また、その復号計算量は符号長 N に対して $O(N)$ という高速性を併せ持つ [1][2]。

sum-product アルゴリズムにおける復号過程では、通信路で発生する雑音は各ビットごとに独立であること、すなわち無記

憶であることを仮定している。よって、記憶のある通信路に対して sum-product アルゴリズムをそのまま適用して復号を行っても満足な復号結果は得られない。ただし、記憶のある通信路として、隠れマルコフ型雑音通信路を仮定した場合には、この通信路に適した sum-product アルゴリズムが T.Wadayama によって提案されている [5]。

これらの復号法は尤度を用いて復号を行うため、通信路は無記憶性やマルコフ性などに関わらず、パラメータが既知であることを仮定している。しかし現実の情報通信において通信路のパラメータが既知であることは稀である。さらに携帯電話等の移動体通信端末など、その使用環境によって時々刻々通信路のパラメータが変化する場合、一定のパラメータを用いることは復号に悪影響を及ぼす可能性がある。

そこで本論文では、未知のパラメータを有する隠れマルコフ型雑音通信路のパラメータを推定しつつ、かつ LDPC 符号の

確率的復号を繰り返し行う手法を提案する。結果的にパラメータが既知の場合と同程度の復号性能を達成することをシミュレーションにより明らかにする。

2. 準備

2.1 LDPC 符号 [1], [2], [3]

本論文では 2 元 LDPC 符号について取り扱うこととする。2 元 LDPC 符号は、検査行列に含まれる要素 1 が非常に少ない (疎な) 符号であり、検査行列の要素は殆ど 0 で構成されている。ここで、検査行列の各行の重みと各列の重みがそれぞれ一定となるように構成される符号を **regular LDPC 符号** と呼ぶ。以降、簡単のため **regular LDPC 符号** のみを考えていくが、**irregular LDPC 符号** [7], [8] を用いた場合でも本論文の提案手法は適用可能である。(N, g, h) LDPC 符号は符号長 N, 行重み g, 列重み h を持つ M 行 N 列の検査行列 \mathbf{H} によって定義される。ここで、符号化率 R は $R = 1 - h/g$, 検査記号長 M は $M = N(1 - R)$ である。また、 $h \geq 3, g > h, N \bmod g = 0$ となるように (N, g, h) を設定する。 $\mathbf{H} = [H_{mn}]$, $m \in [1, M], n \in [1, N]$, は h 個の M/h 行 N 列の部分行列 $\mathbf{H}^{(i)}$, $i = 1, 2, \dots, h$, から成り、以下のように構成される。

$$\mathbf{H} = \begin{array}{|c|} \hline \overbrace{\begin{array}{|c|} \hline \text{1 番目の部分行列 } \mathbf{H}^{(1)} \\ \hline \text{2 番目の部分行列 } \mathbf{H}^{(2)} \\ \hline \vdots \\ \hline \text{h 番目の部分行列 } \mathbf{H}^{(h)} \\ \hline \end{array}}^N \\ \hline \end{array} \quad M$$

ここで、それぞれの部分行列 $\mathbf{H}^{(i)}$ の各列の重みは 1, また各行の重みを g に固定する。結果的に \mathbf{H} の各列の重みは h となる。部分行列 $\mathbf{H}^{(1)}$ は、1 行目の 1 列目から g 列目までの要素を 1 とする。2 行目には、g + 1 列目から 2g 列目までの要素を 1 とする。M/h 行目には、(M/h - 1)g + 1 列目から (M/h)g 列目までの要素を 1 とする。すなわち、 $\mathbf{H}^{(1)}$ の i 行 j 列成分を $H_{ij}^{(1)}$ で表すと、

$$H_{ij}^{(1)} \stackrel{\text{def}}{=} \begin{cases} 1, & j \in [(i-1)g + 1, ig]; \\ 0, & \text{otherwise,} \end{cases} \quad (1)$$

を満足する。部分行列 $\mathbf{H}^{(i)}$, $2 \leq i \leq h$, は、部分行列 $\mathbf{H}^{(1)}$ の列置換を行ったものとする。ただし、列置換する際に任意の \mathbf{H} の 2 列の 1 の要素の重なり個数が多くても 1 であるという制約を付加する。この条件を付加することで、復号誤り確率に悪影響を及ぼすことが知られている、タナーグラフでの長さ 4 のループが構成されることを回避することができる [2], [3], [4]。

2.2 隠れマルコフ型雑音通信路

LDPC 符号の符号語 $\mathbf{c} = (c_1, c_2, \dots, c_N) \in \{0, 1\}^N$ が通信路を介して送信されると仮定する。本論文では \mathbf{c} に隠れマルコフモデルに従う雑音 $\mathbf{z} = (z_1, z_2, \dots, z_N) \in \{0, 1\}^N$ が加わり、受信側において受信語 $\mathbf{y} = \mathbf{c} \oplus \mathbf{z}$ を受けとることを仮定する¹。受信側では受信語 \mathbf{y} から元の符号語 \mathbf{c} を推定する。隠れマルコフ型雑音通信路のパラメータを以下の 4 つ (状態数, 出力記号, 状態遷移確率, 各記号の出力確率) と定義する。また、簡単のため状態集合 S は L 状態とし $S = \{s_1, s_2, \dots, s_L\}$ と表す。出力記号の集合 Z は $Z = \{0, 1\}$ とし、時点 i , $i = 1, 2, \dots, N$, で $z_i \in Z$ が出力される。状態 r から s に遷移する状態遷移確率を $p(s|r)$, $r, s \in S$, とする。時点 $i - 1$ で状態 r に滞在して

いるとき、次の遷移で記号 z_i を出力する確率を $q_r(z_i)$, $z_i \in Z$, とする。このような記憶のある通信路を仮定することで、直前の時点で滞在している状態によって、現時点での記号出力 (雑音発生) 確率が変わる。

定常性を仮定したとき、この隠れマルコフモデルは定常分布 $\boldsymbol{\pi} = (\pi_{s_1}, \pi_{s_2}, \dots, \pi_{s_L})$ を持つ。ここで、 π_r は状態 $r \in S$ に滞在する平均の確率を表す。隠れマルコフ型雑音通信路の平均誤り確率 p_{ave} は以下の式で求めることができる。

$$p_{ave} = \sum_{r \in S} \pi_r q_r(1). \quad (2)$$

一般に、音声などの分野で扱われる隠れマルコフモデルを仮定した情報源では、状態遷移系列は観測することができず、出力系列のみが観測することができる。しかし、隠れマルコフ型雑音通信路では、受信側 (観測者) は受信語 \mathbf{y} のみしか観測することができない。よって、隠れマルコフモデルの状態遷移系列はおろか、出力系列 (雑音) \mathbf{z} すらも直接観測することができないことに注意されたい。

3. 従来研究

3.1 sum-product アルゴリズム [2]

sum-product アルゴリズムは LDPC 符号の代表的な復号アルゴリズムであり、各ビットに対して事後確率 (APP) 復号を行う。この復号法は 2 元対称通信路 (BSC) や加法的白色ガウス雑音 (AWGN) 通信路など通信路から発生する雑音系列は要素ごとに独立であることを仮定している。

[定義 3.1] 受信語 \mathbf{y} の各時点 $i = 1, 2, \dots, N$ に対して対数尤度比 (LLR) λ_i を定義する。

$$\lambda_i \stackrel{\text{def}}{=} \ln \frac{\Pr(y_i | c_i = 0)}{\Pr(y_i | c_i = 1)}. \quad (3)$$

行列 \mathbf{H} に対して次式を定義する。

$$A(m) \stackrel{\text{def}}{=} \{n : H_{mn} = 1\}, B(n) \stackrel{\text{def}}{=} \{m : H_{mn} = 1\}.$$

さらに、次式を定義する。

$$\text{sign}(x) \stackrel{\text{def}}{=} \begin{cases} 1, & x \geq 0; \\ -1, & x < 0, \end{cases} \quad f(x) \stackrel{\text{def}}{=} \ln \frac{e^x + 1}{e^x - 1}.$$

□

以下に sum-product アルゴリズムを示す。ここで、繰り返し数の最大値を l_{max} と表す。

[sum-product アルゴリズム]

s1) 初期化

$H_{mn} = 1$ の (m, n) に対して、 $\beta_{mn} := 0$ とする。繰り返し数 $l := 1$ とする。

s2) 行処理

$H_{mn} = 1$ の (m, n) に対して、次式で α_{mn} を求める。

$$\alpha_{mn} = \prod_{n' \in A(m) \setminus n} \text{sign}(\lambda_{n'} + \beta_{mn'}) \times f \left(\sum_{n' \in A(m) \setminus n} f(|\lambda_{n'} + \beta_{mn'}|) \right). \quad (4)$$

s3) 列処理

$H_{mn} = 1$ の (m, n) に対して、次式で β_{mn} を求める。

$$\beta_{mn} = \sum_{m' \in B(n) \setminus m} \alpha_{m'n}. \quad (5)$$

s4) 推定符号語の計算

推定符号語 $\hat{\mathbf{c}} = (\hat{c}_1, \hat{c}_2, \dots, \hat{c}_N)$ を以下のように求める。

$$\hat{c}_n = \begin{cases} 0, & \lambda_n + \sum_{m' \in B(n)} \alpha_{m'n} > 0; \\ 1, & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (6)$$

¹ \oplus は排他的論理和を表す

s5) 終了条件

$l = l_{max}$ あるいは $\hat{\mathbf{c}}\mathbf{H}^T = \mathbf{0}$ ならば、推定符号語 $\hat{\mathbf{c}}$ を復号語として出力し、アルゴリズムを終了する。それ以外の場合は、 $l := l + 1$ として s2) へ行く。 □

3.2 パラメータ既知の隠れマルコフ型雑音通信路に対する復号法 [5]

本節では、隠れマルコフ型雑音通信路の4つのパラメータは全て既知であると仮定する。また、隠れマルコフ型雑音通信路の定常性を仮定する。sum-product アルゴリズムを適用するためには、無記憶の通信路と同様に各ビットごとの対数尤度比 (LLR) を求める必要がある。隠れマルコフモデルで観測値が与えられたもとの、各時点の状態の事後確率計算を効率的に行う方法として、前向き後ろ向きアルゴリズムがある。しかし、隠れマルコフ型雑音通信路から出力される雑音系列 \mathbf{z} は直接観測することができないため、推定符号語 $\hat{\mathbf{c}} = (\hat{c}_1, \hat{c}_2, \dots, \hat{c}_N)$ を用いて、推定対数尤度比 $\hat{\lambda}_i$ を次式で定義する。

$$\hat{\lambda}_i \stackrel{\text{def}}{=} \ln \frac{\Pr(\mathbf{y}|\hat{\mathbf{c}}_i^0)}{\Pr(\mathbf{y}|\hat{\mathbf{c}}_i^1)} \quad (7)$$

ここで、

$$\hat{\mathbf{c}}_i^k \stackrel{\text{def}}{=} (\hat{c}_1, \dots, \hat{c}_{i-1}, k, \hat{c}_{i+1}, \dots, \hat{c}_N), \quad k \in \{0, 1\}, \quad (8)$$

とする。雑音の加法性により、推定符号語 $\hat{\mathbf{c}}$ から推定雑音系列 $\hat{\mathbf{z}}$ を次式で求める。

$$\hat{\mathbf{z}} = \mathbf{y} \oplus \hat{\mathbf{c}}. \quad (9)$$

上式を用いると、雑音の尤度は以下のようにして求められる。

$$\Pr(\mathbf{y}|\hat{\mathbf{c}}_i^0) = \Pr(\hat{\mathbf{z}}_i^0), \quad \Pr(\mathbf{y}|\hat{\mathbf{c}}_i^1) = \Pr(\hat{\mathbf{z}}_i^1). \quad (10)$$

ただし、

$$\hat{\mathbf{z}}_i^k \stackrel{\text{def}}{=} (\hat{z}_1, \dots, \hat{z}_{i-1}, k, \hat{z}_{i+1}, \dots, \hat{z}_N), \quad k \in \{0, 1\}, \quad (11)$$

とする。この $\Pr(\hat{\mathbf{z}}_i^0)$ と $\Pr(\hat{\mathbf{z}}_i^1)$ は、次に述べる前向き後ろ向きアルゴリズムを用いて効率的に求められる。

[前向き後ろ向きアルゴリズム]

f1) 前向き確率の計算

隠れマルコフ型雑音通信路の状態 $s \in S$ に滞在する定常確率を π_s とし、まず前向き確率の初期値を $a_0(s) = \pi_s$ で与える。それぞれの $s \in S$ に対して、 $a_i(s)$ を $i = 1, 2, \dots, N$ について次式で再帰的に求める。

$$a_i(s) = \sum_{r \in S} q_r(0)^{z_i \oplus 1} q_r(1)^{z_i} p(s|r) a_{i-1}(r). \quad (12)$$

f2) 後ろ向き確率の計算

後ろ向き確率の初期値を $b_N(r) = 1, r \in S$, で与える。それぞれの $r \in S$ に対して、 $b_j(r)$ を $j = N-1, N-2, \dots, 1$, について次式で再帰的に求める。

$$b_j(r) = \sum_{s \in S} q_r(0)^{z_{j+1} \oplus 1} q_r(1)^{z_{j+1}} p(s|r) b_{j+1}(s). \quad (13)$$

f3) 尤度計算

前向き確率と後ろ向き確率を用いて、各時点 $i = 1, 2, \dots, N$ ごとの記号出力確率 $\Pr(\hat{z}_i^k)$ を $k \in \{0, 1\}$ に対し次式で推定する。

$$\Pr(\hat{z}_i^k) = \sum_{r \in S} \sum_{s \in S} q_r(k) p(s|r) a_{i-1}(r) b_i(s). \quad (14)$$

また、 $\Pr(\hat{z}_i^k), k \in \{0, 1\}, i = 1, 2, \dots, N$, を用いて、推定対数尤度比を次式で求める。

$$\hat{\lambda}_i = \begin{cases} \ln\{\Pr(\hat{z}_i^0)/\Pr(\hat{z}_i^1)\}, & y_i = 0; \\ \ln\{\Pr(\hat{z}_i^1)/\Pr(\hat{z}_i^0)\}, & y_i = 1. \end{cases} \quad (15)$$

□

以下に、隠れマルコフ型雑音通信路に対する復号法について述べる。復号の第1ステップにおいて、推定対数尤度比の初期値は隠れマルコフ型雑音通信路の平均誤り確率を用いて次式で設定する。

$$\hat{\lambda}_i = \begin{cases} \ln\{(1 - p_{ave})/p_{ave}\}, & y_i = 0; \\ \ln\{p_{ave}/(1 - p_{ave})\}, & y_i = 1. \end{cases} \quad (16)$$

結果的に $\hat{\lambda}_i$ を推定しつつ前節の sum-product アルゴリズムを行うことにより、隠れマルコフモデル通信路に対する LDPC 符号の復号を行うことが可能となる。

[隠れマルコフ型雑音通信路に対する復号法]

d1) 式 (16) より、各時点 $i = 1, 2, \dots, N$ に対して推定対数尤度比の初期値 $\hat{\lambda}_i$ を求める。また、 $l := 1$ とする。

d2) $\hat{\lambda}_i$ から sum-product アルゴリズムの s1) ~ s4) を行う。

d3) 推定符号語 $\hat{\mathbf{c}}$ を用いて、前向き後ろ向きアルゴリズムの f1) ~ f3) を行い、 $\hat{\lambda}_i$ を更新する。

d4) s2) ~ s4) を行う。

d5) $l = l_{max}$ あるいは $\hat{\mathbf{c}}\mathbf{H} = \mathbf{0}$ ならば、 $\hat{\mathbf{c}}$ を推定符号語として終了する。それ以外の場合は、 $l := l + 1$ として d3) へ行く。 □

4. パラメータ未知の隠れマルコフ型雑音通信路

4.1 問題設定

本節では 2.2 節の隠れマルコフ型雑音通信路を仮定し、4つのパラメータのうち、状態遷移確率と記号出力 (雑音発生) 確率が未知であると仮定する。その上で未知パラメータの推定と復号を行うアルゴリズムを提案する。

4.2 隠れマルコフモデルのパラメータ推定手法

隠れマルコフモデルの出力系列 \mathbf{z} が与えられたもとの、未知パラメータである状態遷移確率 $p(s|r)$ と記号出力確率 $q_r(k)$ の推定手法として、Baum-Welch アルゴリズムが挙げられる。Baum-Welch アルゴリズムは EM アルゴリズムから導出することができる [6]。

[Baum-Welch アルゴリズム]

b1) 適当な初期値 $\hat{p}(s|r), \hat{q}_r(k)$ を与える。

b2) 式 (12), (13) により $a_i(r), b_j(s)$ を求め、これらを用いて各時点 $i = 1, 2, \dots, N$ ごとに次式を計算する。

$$\gamma_i(r, s) = \frac{a_i(r) b_{i+1}(s) \hat{p}(s|r) \hat{q}_r(z_i)}{\sum_{s \in S} \sum_{r \in S} a_i(r) b_{i+1}(s) \hat{p}(s|r) \hat{q}_r(z_i)}, \quad (17)$$

$$\gamma_i(r) = \sum_{s \in S} \gamma_i(r, s). \quad (18)$$

b3) 次式を用いて推定値 $\hat{p}(s|r), \hat{q}_r(k)$ の値を更新する。

$$\hat{p}(s|r) = \frac{\sum_{i=1}^{N-1} \gamma_i(r, s)}{N-1}, \quad \hat{q}_r(k) = \frac{\sum_{i: z_i=k} \gamma_i(r)}{\sum_{i=1}^N \gamma_i(r)}. \quad (19)$$

b4) パラメータが収束するまで b2), b3) を繰り返す。 □

Baum-Welch アルゴリズムは b1) で与えるパラメータの初期値の影響によって、局所最適解に収束ことがある。そのため、局所最適解に収束することを回避するための簡単な方法として、同じ観測値に対して複数通りのパラメータ初期値を与えるのが望ましい。また、パラメータ推定値が真の値に近似するためにはできるだけ多くの出力系列を観測し、それぞれの出力系列から得られるパラメータ推定値を平均することで真の値に近似できる。

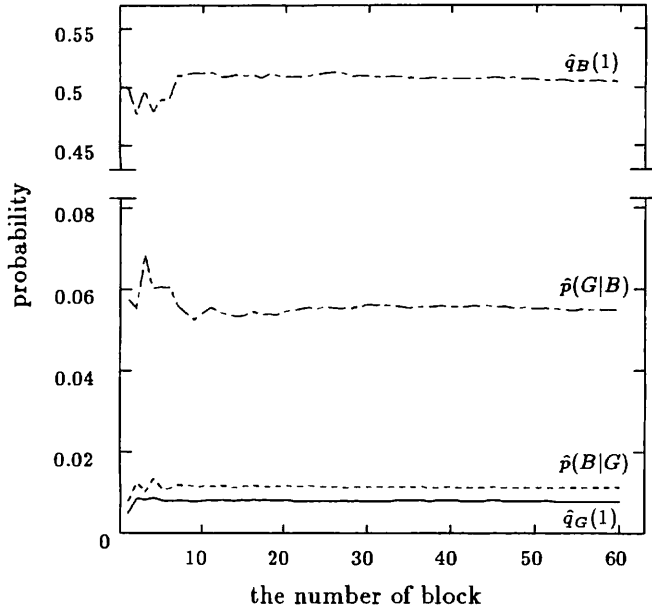


図1 未知パラメータの推定値の推移
 $p(B|G) = 0.012, p(G|B) = 0.06, q_G(1) = 0.01, q_B(1) = 0.5$

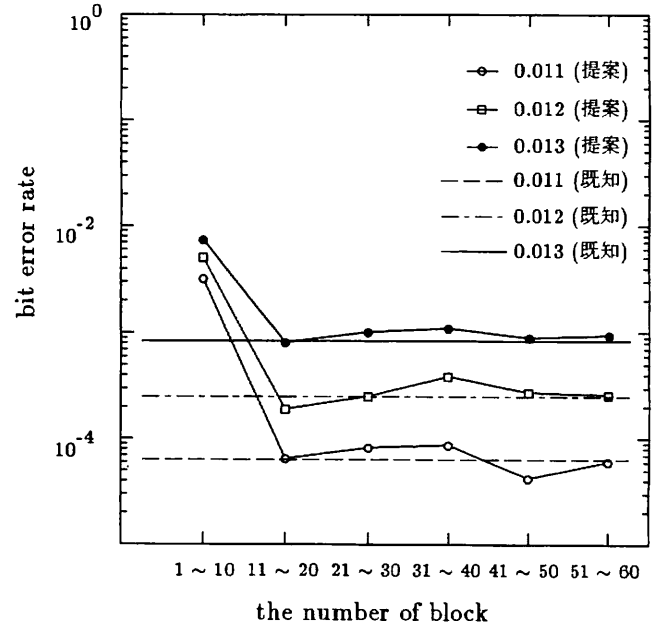


図2 ブロックごとの復号誤り確率
 $p(B|G) = 0.011, 0.012, 0.013$

が成り立つならば、 p_5 へ行く。それ以外の場合は、

$$\hat{p}^{(t)}(s|r) := \hat{p}^{(t)}(s|r), \hat{q}_s^{(t)}(k) := \hat{q}_s^{(t)}(k), \quad (23)$$

と更新する*。 $\nu := \nu + 1$ として、 p_2 へ行く。

p5) y_t に対する推定符号語 \hat{c} を出力する。 $t = t_{max}$ ならアルゴリズムを終了する。各推定パラメータから、パラメータ更新式 (21) を用いて、 $\hat{p}^{(t+1)}(s|r), \hat{q}_s^{(t+1)}(k), s, r \in S, k \in Z$, を更新する。 $t := t + 1, \nu := 1$ として p_2 へ行く。 □

5. シミュレーションによる評価

計算機シミュレーションを行い、提案アルゴリズムの評価を行った。

5.1 評価方法

符号長 $N = 6000, M = 3000, g = 6, h = 3, R = 0.5$ の LDPC 符号の検査行列 H を用いる。また、隠れマルコフ型雑音通信路の状態を $S = \{G, B\}$ とする。 $t_{max} := 100, \nu := 1$ とする。

- 1) 真のパラメータが既知と未知の場合の比較
- 2) 真のパラメータが時系列 (ブロックごと) で変化するモデルの 2 つについてシミュレーションを行い、その結果を示す。

5.2 パラメータが既知と未知の場合の比較

真のパラメータが既知の場合と未知の場合で、復号誤り確率がどの程度異なるかを計算機シミュレーションを行い評価した。ただし、本節では真のパラメータは時不変とする。ここでは、以下の 3 つの方法についてシミュレーションを行った。

- (I) 真のパラメータが未知でパラメータ推定を行わずに復号
- (II) 真のパラメータが未知で $\rho = 1$ として提案アルゴリズムにより復号
- (III) 真のパラメータが既知のもとで復号 [5]

真のパラメータ値はそれぞれ $p(G|B) = 0.06, q_G(1) = 0.01, q_B(1) = 0.5$ として、 $p(B|G)$ を変化させる。未知パラメータの初期値は $\hat{p}^{(1)}(G|B) = 0.1, \hat{p}^{(1)}(B|G) = 0.1, \hat{q}_G^{(1)}(1) = 0.05, \hat{q}_B^{(1)}(1) = 0.2$ とする。(I) の場合は、この初期値を用いて、復号を行う。 $t_{max} = 60$ ブロックの復号を 500 回行うもの

とする。また、未知パラメータの推定値に式 (21) を用いて平均を求めて更新するのはブロック $u = 5$ 以降とする。

始めに、パラメータ推定を行うことでどの程度のブロックに対して復号を行えば、未知パラメータの推定値が真のパラメータ値に近似できるかを図 1 に示す。図 1 では、 $p(B|G) = 0.012$ とする。

図 1 より、10 ブロック程度で未知パラメータの推定値が真のパラメータ値の近くに収束している。

次に、推定パラメータを用いて提案復号法を行う。復号対象の 60 ブロックを 10 ブロックごとに区切り、10 ブロックごとに平均をとった復号誤り確率を図 2 に示す。図 2 では、 $p(B|G) = 0.011, 0.012, 0.013$ の 3 通りとする。図 2 より、ブロック 1 ~ 10 までは復号誤り確率が既知の場合と比べて、増大している。これは未知パラメータの推定値が、初期値の影響で真の値に近似できていないからだと考えられる。ブロック 11 ~ 20 では、未知パラメータの推定値が真のパラメータ値の近づくため、復号誤り確率もかなり安定する。そこで、始めの 10 ブロックを除いたブロック 11 ~ 60 の平均復号誤り確率の結果を図 3 に示す。ここで、 $p(B|G) = 0.01, 0.011, 0.012, 0.013, 0.014$ の 5 通りにとる。このとき、平均誤り確率は式 (2) より求められ、それぞれ 0.08, 0.086, 0.092, 0.097, 0.103 となる。

図 3 より、パラメータ推定を行わずに復号を行った (I) の復号誤り確率は増大している。それに対しパラメータ推定を行って復号を行った提案復号法 (II) の復号誤り確率は、(III) のパラメータ既知の結果とほぼ同等である。これは、図 1 のパラメータ推定結果から、パラメータ推定を行うことで真の値に近似することができ、その結果 (III) と同程度の APP 復号が実行可能であるためだと考えられる。

次に初期値の影響を調べるために、未知パラメータに様々な初期値を与えることで、提案手法の復号誤り確率の比較を行った。ここで、真のパラメータ値はそれぞれ $p(B|G) = 0.012, p(G|B) = 0.06, q_G(1) = 0.01, q_B(1) = 0.5$ とする。未知パラメータの初期値は $\hat{q}_G^{(1)}(1) = 0.01, \hat{q}_B^{(1)}(1) = 0.5$ として、 $\hat{p}^{(1)}(G|B) = 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, \hat{p}^{(1)}(B|G) = 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5$ にとる。 $t_{max} = 20$ ブロックの復号を 200 回行うものとする。先程の実験と同様、始めの 10 ブロックを

* w_t と置き換えた $\hat{p}^{(t)}$ は異なるとする。すなわち、 w_t はブロック t の $\nu = 1$ 回目の復号、推定を行う際の初期値とする。

表 1 未知パラメータの初期値による復号誤り確率の比較 ($p(B|G) = 0.012, p(G|B) = 0.06$)

$\bar{p}^{(1)}(B G)$	$\bar{p}^{(1)}(G B)$						
	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7
0.1	3.12×10^{-4}	3.12×10^{-4}	3.12×10^{-4}	3.12×10^{-4}	3.12×10^{-4}	3.12×10^{-4}	7.75×10^{-3}
0.2	3.12×10^{-4}	3.12×10^{-4}	3.12×10^{-4}	3.12×10^{-4}	2.81×10^{-3}		
0.3	3.12×10^{-4}	3.12×10^{-4}	4.24×10^{-3}	1.31×10^{-2}			
0.4	7.92×10^{-3}	2.10×10^{-2}					
0.5	2.12×10^{-2}						

表 2 忘却率を用いたパラメータが時変のモデルに対する復号誤り確率 ($p(B|G) = 0.012$)

σ^2	既知	$\rho = 1$	$\rho = 0.98$	$\rho = 0.96$	$\rho = 0.94$	$\rho = 0.92$	$\rho = 0.90$
1.0×10^{-10}	1.38×10^{-4}	2.16×10^{-4}	1.93×10^{-4}	2.05×10^{-4}	1.62×10^{-4}	1.88×10^{-4}	1.65×10^{-4}
2.5×10^{-9}	3.13×10^{-4}	3.61×10^{-4}	5.33×10^{-4}	6.02×10^{-4}	4.00×10^{-4}	3.75×10^{-4}	3.37×10^{-4}

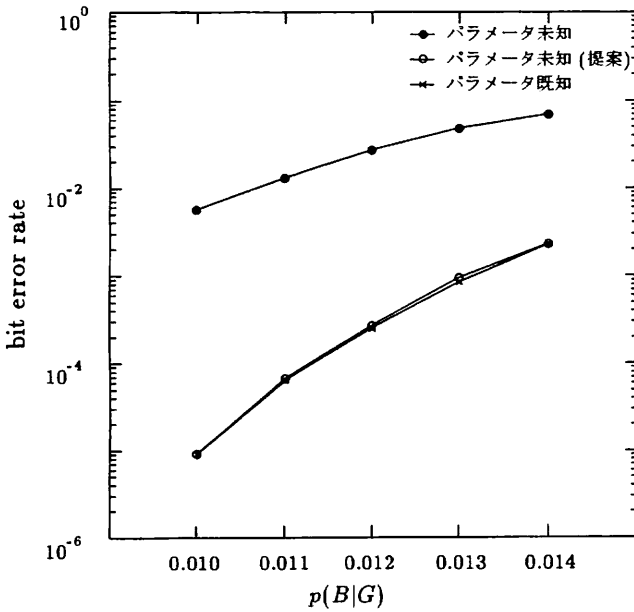


図 3 復号誤り確率
 $p(B|G) = 0.01, 0.011, 0.012, 0.013, 0.014$

除いたブロック 11 ~ 20 の平均復号誤り確率の結果を表 1 に示す。表 1 の結果より、未知パラメータの初期値は広い範囲で真のパラメータ値に近似することができる。そのため、復号誤り確率も低く抑えられることがわかる。

5.3 パラメータが時系列 (ブロックごと) で変化するモデル
隠れマルコフ型雑音通信路の真のパラメータが、時系列 (ブロックごと) で変化するモデルを仮定する。ブロック 1 での真のパラメータの値は、 $p^{(1)}(B|G) = 0.012, p^{(1)}(G|B) = 0.06, q_G^{(1)}(1) = 0.01, q_B^{(1)}(1) = 0.5$ とする。未知パラメータの初期値は $\bar{p}^{(1)}(G|B) = 0.1, \bar{p}^{(1)}(B|G) = 0.1, \bar{q}_G^{(1)}(1) = 0.05, \bar{q}_B^{(1)}(1) = 0.2$ とする。ブロック t の真のパラメータを v_t と表すとブロック $t = 1, 2, \dots$ に対して

$$v_t = v_{t-1} + \epsilon_t, \quad \epsilon_t \sim N(0, \sigma^2), \quad (24)$$

と変動すると仮定する。ここで、 $N(0, \sigma^2)$ は平均 0、分散 σ^2 の正規分布を表す。未知パラメータの推定値の更新方法は、式 (21) を用いる。 $\sigma^2 = 1.0 \times 10^{-10}, 2.5 \times 10^{-9}$ の 2 通りについてそれぞれ、忘却率 ρ を 6 通り設定した。シミュレーションは $t_{max} = 250$ ブロックの復号を 20 回行った。その結果を表 2 に示す。ただし、表 2 は前節と同様ブロック 11 以降の誤り確率を示した。

表 2 より、パラメータが時変のモデルに対して、未知パラメータの推定値を更新する際には忘却率を用いて重み付けして平均をとることで、パラメータの変化に追従させながら推定することができた。その結果、復号誤り確率も未知パラメータの推定値を忘却率 $\rho = 1$ で更新する場合よりも低減することが可能であり、また変動するパラメータが既知のもとで復号を行った場合の復号誤り確率と同程度になっていることがわかる。

6. まとめと今後の課題

パラメータが未知の隠れマルコフ型雑音通信路に対し、パラメータ推定手法を用いる復号法を提案した。結果的にパラメータが既知の隠れマルコフ型雑音通信路に対する復号法と同程度の復号誤り確率を達成できることを示した。また、パラメータが時変のモデルに対しても、忘却率を用いた未知パラメータの推定値の更新式により、復号誤り確率を低減可能であることを示した。

今後の課題としてはパラメータ変化の分散と忘却率との相関関係を導き出し、復号誤り確率が最も小さくなる最適な忘却率の設定方法が挙げられる。

謝辞 著者の一人細谷は日頃より有益な助言を頂いた早稲田大学の石田崇氏、大島英明氏および、平澤研究室の方々へ感謝いたします。

文 献

- [1] R.G.Gallager, "Low density parity check codes", *IRE Trans. Inform. Theory*, vol.8, pp-21-28, Jan. 1962
- [2] R.G.Gallager, *Low density parity check codes*, in Research Monograph Series, Cambridge, MA:MIT Press, 1963.
- [3] D.J.C.MacKay, "Good Error-Correcting Codes Based on Very Sparse Matrices", *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 45, No.2, pp. 391-431, March. 1999.
- [4] R.M.Tanner, "A Recursive Approach to Low Complexity Codes", *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol.27, pp.55-67, No.5, Sep. 1981
- [5] T.Wadayama, "An Iterative Decoding Algorithm of Low Density Parity Check Codes for Hidden Markov Noise Channels", *Proceeding of International Symposium on Information Theory and Its Applications*, Honolulu, Hawaii, U.S.A., Nov. 2000.
- [6] 北研二, 確率的言語モデル, 東京大学出版, 1999
- [7] M.G.Luby, M.Mitzenmacher, M.A.Shokrollahi and D.A.Spielman, "Improved Low-Density Parity-Check Codes Using Irregular Graphs", *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 47, pp. 585-598, Feb. 2001.
- [8] D.J.C.MacKay, S.T.Wilson, and M.C.Davey, "Comparison of Constructions of Irregular Gallager Codes", *IEEE Trans. Comm.*, vol. 47, No.10, pp.1449-1454, Oct. 1999.