

隠れマルコフ型雑音通信路における信頼度情報に基づく軟判定復号法 An Efficient Reliability-based Soft Decision Decoding Algorithm over Hidden Markov Noise Channel

八木 秀樹†
Hideki Yagi

小林 学§
Manabu Kobayashi

平澤 茂一‡
Shigeichi Hirasawa

Abstract— In this paper, a soft-decision decoding of binary linear block codes over hidden Markov noise channel whose noise statistics are given by hidden Markov model is considered. First, reliability measure which reflects the additive noise of received symbol over hidden Markov noise channel is presented. Next, a new reliability-based soft decision decoding algorithm using parity check matrix is proposed. A necessary condition for a candidate codeword to be maximum likelihood codeword is derived by utilizing the proposed reliability measure and an expediting method of candidate codewords is discussed. The proposed decoding algorithm is accelerated using the expediting method of candidate codewords. Naturally, sub-optimum soft-decision decoding can be performed by limiting the number of candidate codewords. Simulation results show the efficiency of proposed decoding algorithm.

Keywords— soft-decision decoding, maximum-likelihood decoding, binary block codes, hidden Markov model

1 まえがき

線形ブロック符号に対する軟判定復号法は通信路から得られる情報を有効に利用することにより、通常用いられる硬判定復号法より、復号誤り率を低減できる復号法である。加法的白色ガウス雑音 (AWGN) 通信路における軟判定復号は従来より多くの研究がなされており、比較的長い符号長を持つブロック符号に対しても、効率的な復号法が提案されている。なかでも受信系列から得られる信頼度を昇べき順に置換した生成行列やパリティ検査行列 (以降、置換検査行列と呼ぶ) を用いて、効率よく最尤の符号語を探索する復号法が提案されている [1], [2], [3].

一方近年、雑音のバースト性を考慮した通信路に対して、各ビットについて事後確率を求める繰り返し復号の研究がなされている [4], [5]. この通信路は雑音が隠れマルコフモデル (HMM) に従うものであり、比較的よい性能を持つ事後確率復号法が提案されている。しかし、一般の線形ブロック符号のブロック復号誤り率を最小にする最尤復号や、準最適な軟判定復号に関しては十分な研究がなされていない。

本論文では、隠れマルコフ型雑音通信路における信頼度情報の計算法を示し、最尤符号語となる必要条件を求めることにより計算量を低減できる軟判定復号法を提案する。その結果、シミュレーションにより提案復号法の有効性を示す。

2 対象モデル

2.1 通信路モデル

本論文では、有限離散の状態集合 $S = \{S_1, S_2, \dots, S_{|S|}\}$ からなる HMM から加法的雑音が生成されると仮定する。状態 S_j , $j = 1, 2, \dots, |S|$ では平均 0, 分散 $\sigma_{S_j}^2$ のガウス雑音が発生する。以降、この通信路を AWGN 通信路と区別して、隠れマルコフ型ガウス雑音 (HMGN) 通信路と呼ぶ。

状態 S_j から状態 S_k への状態遷移確率を $p(S_k|S_j)$, 状態 S_j の定常確率を $p(S_j)$ と表す。復号器側では、遷移確

率 $p(S_k|S_j)$ と定常確率 $p(S_j)$ は既知であると仮定する。

2.2 システムモデル

符号長 N , 情報記号数 K , 最小距離 d_H の 2 元線形ブロック符号 C を考える。符号 C のパリティ検査行列を H とする。 C の任意の符号語 $c = (c_1, c_2, \dots, c_N) \in \{0, 1\}^N$ は送信系列 $x = (x_1, x_2, \dots, x_N) \in \{-1, +1\}^N$ に写像されて通信路に入力される。受信側では受信した信号系列 $r = (r_1, r_2, \dots, r_N) \in \mathcal{R}^N$ を系列 $\theta = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_N)$, $\theta_i = \ln \frac{P(r|c_i=0)}{P(r|c_i=1)}$ に写像し、復号器に入力する。ここで $P(r|c_i)$ はシンボル c_i の尤度を表すものとする。また、系列 θ から硬判定系列 $z = (z_1, z_2, \dots, z_N) \in \{0, 1\}^N$ を次式により得る。

$$z_i = \begin{cases} 0, & \text{if } \theta_i \geq 0; \\ 1, & \text{otherwise;} \end{cases} \quad (1)$$

雑音を AWGN と仮定すると $\theta_i = \ln \frac{P(r_i|c_i=0)}{P(r_i|c_i=1)}$ となり、 $|\theta_i|$, $i = 1, 2, \dots, n$ の値が大きいほど z_i が誤る確率は小さくなるので、 $|\theta_i|$ は reliability (信頼度) と呼ばれる。本論文では、硬判定シンボル z_i の確からしさを表す値を一般に信頼度と呼ぶことにする。

軟判定復号器では受信系列 r と硬判定系列 z から送信された符号語を推定し、推定符号語 \hat{c} を復号語として出力する。

いま任意の 2 元 N 次元ベクトル $v \in \{0, 1\}^N$ に対して尤度を $P(r|v)$ と表す。このとき、 r に対する C の最尤の符号語 c^* は $P(r|c^*) = \max_{c \in C} P(r|c)$ を満足する。

3 信頼度情報に基づく軟判定復号

本節ではパリティ検査行列を用いた軟判定復号法 [3] について述べる。復号器ではまず、パリティ検査行列 H の各列を信頼度の昇べき順に並びかえる。また、この行列の信頼度の低いほうから $N-K$ 列が線形独立になるよう列置換し、行基本操作により最初の $(N-K) \times (N-K)$ 行列を単位行列 I_{N-K} にする。この結果得られる置換検査行列を $\tilde{H} = [I_{N-K}, Q]$ と表す。同様な bit 位置の置換を r, z に対して行い、それぞれ \tilde{r}, \tilde{z} を得る。また、このような置換により得られる C と等価な符号を \tilde{C} と表す。

探索の初期符号語 \tilde{c}_0 は以下のようにして得ることが出来る。はじめに \tilde{z} のシンδροーム \tilde{a}_0 を $\tilde{a}_0 = \tilde{z}\tilde{H}^T$ により求める。ここで X^T は行列 X の転置を表すものとする。また、 N 次元ベクトル \tilde{b}_0 を $\tilde{b}_0 = (\tilde{a}_0 | 0^K)$ と定義することにより $\tilde{c}_0 = \tilde{z} \oplus \tilde{b}_0$ が得られる。ここで 0^k , $k > 0$, は k 次元全 0 ベクトル、 \oplus は排他的論理和、 $(\alpha|\beta)$ は 2 つのベクトル α と β の接続を表す。以上の \tilde{z} から \tilde{H} を用いた \tilde{c}_0 への写像を h_0 で表すことにする。すなわち、 $\tilde{c}_0 = h_0(\tilde{z})$ とする。

\tilde{c}_0 を得た後は、 \tilde{H} を用いてテスト誤りパターン $t \in \{0, 1\}^K$ の符号化を繰り返して、候補符号語 \tilde{c} を得る。まず、 $\tilde{a} = tQ^T \in \{0, 1\}^{N-K}$ かつ $\tilde{b} = (\tilde{a}|t) \in \{0, 1\}^N$ とする。このとき候補符号語は $\tilde{c} = \tilde{c}_0 \oplus \tilde{b}$ から求められる。ペア (\tilde{z}, t) から \tilde{H} を用いた \tilde{c} への写像を h で表す。すなわち、 $\tilde{c} = h(\tilde{z}, t)$ とする。

以降、候補のテスト誤りパターンに対して上記の符号化を繰り返して行い、その尤度を計算する。復号器は候補符号語の中で最大の尤度を持つ符号語を出力する。

† 〒169-8555 東京都新宿区大久保 3-4-1 早稲田大学経営システム工学科, Dept. of Management and Science Engineering, Waseda University, 3-4-1 Ohkubo Shinjuku-ku, Tokyo, 169-8555 Japan, E-mail: yagi@hirasa.mgmt.waseda.ac.jp

§ 〒251-8511 神奈川県藤沢市辻堂西海岸 1-1-25 湘南工科大学 情報科学科, Dept. of Information Science, Shonan Institute of Technology, 1-1-25, Nishi-Kaigan Tsujido Fujisawa-shi, Kanagawa, 251-8511 Japan.

本論文ではテスト誤りパターン $t \in \{0, 1\}^K$ の生成順序は [2] の 2 つの条件にしたがうと仮定する。

- C1) Hamming 重み l の小さい順に生成していく。
- C2) 同一 Hamming 重みの集合の中では t を整数の二進表現とみなしたときの数の大きい順とする。

Hamming 重みが l 以下の全てのテスト誤りパターンに対して、尤度最大の符号語を探索する復号過程を *Order- l reprocessing* と呼ぶ [1], [3].

4 提案復号法

4.1 HMGN 通信路における最尤復号

本節では HMGN 通信路における最尤復号について述べる。まず、送信系列 $x = (x_1, x_2, \dots, x_N)$ が通信路に入力されたときの雑音状態を系列 $s = (s_1, s_2, \dots, s_{N+1}) \in \mathcal{S}^{N+1}$ によって表す (以降、 s を雑音状態系列と呼ぶ)。加法的雑音は HMM であるから符号語 c の尤度について次式が成り立つ。

$$\begin{aligned} P(r|c) &= \sum_s P(r, s|c) = \sum_s P(s|c)P(r|c, s) \\ &= \sum_s P(s)P(r|c, s). \end{aligned} \quad (2)$$

ここで $P(r|c, s)$ は符号語 c と雑音状態系列 $s \in \mathcal{S}^{N+1}$ の結合尤度を表しており、

$$\begin{aligned} P(r|c, s) &= P(r_1, r_2, \dots, r_N|c, s) \\ &= \prod_{i=1}^N P(r_i|c, s) = \prod_{i=1}^N P(r_i|c_i, s_i), \end{aligned} \quad (3)$$

と展開される。また、式 (2) における $P(s)$ に対しては HMM の仮定から

$$\begin{aligned} P(s) &= p(s_1)p(s_2|s_1) \cdots p(s_{N+1}|s_N) \\ &= p(s_1) \prod_{i=1}^N p(s_{i+1}|s_i), \end{aligned} \quad (4)$$

が成り立つ。式 (3), (4) から式 (2) は

$$P(r|c) = \sum_s p(s_1) \prod_{i=1}^N p(s_{i+1}|s_i) P(r_i|c_i, s_i), \quad (5)$$

となる。

結局、HMGN 通信路における最尤復号は式 (5) を最大にする符号語を探索する問題となる。状態 S_j の定常確率 $p(S_j)$ と遷移確率 $p(S_k|S_j)$ は復号器側で既知であり、結合尤度関数 $P(r_i|c_i, s_i)$, $i = 1, 2, \dots, N$ はすでに得られている受信系列 r から計算できる。式 (5) は符号語 c に対して通信路状態のトレリスを用いることにより、 $O(N)$ の計算量で求めることができる。

4.2 信頼度情報

HMGN 通信路を介する通信においては、ビット毎の対数尤度比 (LLR) $\theta_i = \ln \frac{P(r_i|c_i=0)}{P(r_i|c_i=1)}$ を自明な形で求めることは容易でない。

ここで、状態 $s_i \in \mathcal{S}$, $i = 1, 2, \dots, N$, に対して状態遷移に独立な関数 $q(r_i|c_i)$ を

$$q(r_i|c_i) = \sum_{s_i \in \mathcal{S}} p(s_i) P(r_i|c_i, s_i), \quad (6)$$

により定義する。 $q(r_i|c_i)$ は結合尤度 $P(r_i|c_i, s_i)$ に対して状態 $s_i \in \mathcal{S}$ で平均をとったものなので、平均尤度と呼ぶことにする。

同様に、受信シンボル r_i , $i = 1, 2, \dots, N$ に対して $q(r_i|c_i)$ を用いた平均 LLR を次式で定義する。

$$\phi_i = \ln \frac{q(r_i|c_i=0)}{q(r_i|c_i=1)}, \quad i \in [1, N]. \quad (7)$$

平均 LLR $\phi = (\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_N)$ を用いて

$$z_i = \begin{cases} 0, & \text{if } \phi_i \geq 0; \\ 1, & \text{otherwise;} \end{cases} \quad (8)$$

として、硬判定系列 $z = (z_1, z_2, \dots, z_N)$ を得ると仮定する。平均 LLR の値は雑音状態系列 s によらないので、比較的容易に求めることができる。しかし、 ϕ_i は受信シンボル r_i のみから決定されるので、 ϕ_i から計算された硬判定シンボルの確からしさに欠けるであろう。

そこで、 r 全体を考慮に入れた i ビット目の LLR を考える。いま $i = 1, 2, \dots, N$ それぞれに対して

$$z_k^{(i)} = (z_1, z_2, \dots, z_{i-1}, k, z_{i+1}, \dots, z_N), \quad k \in \{0, 1\}, \quad (9)$$

を定義する。ここで、 $z_0^{(i)}, z_1^{(i)}$ のどちらか一方は必ず z と一致することに注意されたい。このとき、 $i = 1, 2, \dots, N$ に対して ψ_i を次式により与える。

$$\psi_i = \ln \frac{P(r|z_0^{(i)})}{P(r|z_1^{(i)})}, \quad i \in [1, N]. \quad (10)$$

ψ_i は [4] における LLR を雑音連続値の場合に拡張したものと見なせる。さらに $|\psi_i|$, $i = 1, 2, \dots, N$, を本論文で用いる信頼度とする。

4.3 テスト誤りパターンを削除できる十分条件

3 節で述べた置換検査行列を用いた復号法において信頼度 $|\psi_i|$ を適用することにより、HMGN 通信路における軟判定復号が実行できる。本節では、信頼度 $|\psi_i|$ を利用して復号計算量を低減する条件を導く。

いま $i \in [1, N - K - 1]$ に対して $|\tilde{\psi}_i| \leq |\tilde{\psi}_{i+1}|$ かつ $j \in [N - K + 1, N - 1]$ に対して $|\tilde{\psi}_j| \leq |\tilde{\psi}_{j+1}|$ と仮定する。置換検査行列を用いた復号途中において、既に得られている最も尤度が高い符号語を c_{best} で表し、その尤度を $P_{best} = P(r|c_{best})$ と表す。さらに、 $L_{best} = \ln \frac{P(r|z)}{P_{best}}$ と定義する。また、 t のサポート $supp(t) = \{i | t_{i-N+K} = 1, i \in [N - K + 1, N]\}$ を定義する。

定義 1 条件 ET とは $L_{best} \leq |\tilde{\psi}_p|$ を満たす最小の $i_p \in [N - K + 1, N]$ に対して $i_p \leq i$ となる $i \in supp(t)$ が存在することである。 ■

このとき、以下の定理が成り立つ。

定理 1 条件 ET が成り立つならば、符号語 $\tilde{c} = h(\tilde{z}, t)$ に対して次式が成立つ。

$$P(\tilde{r}|\tilde{c}) \leq P_{best}. \quad (11)$$

(証明) 付録 A 参照。 □

Hamming 重み l のテスト誤りパターンの集合を \mathcal{T}_l で表す。定理 1 から次の系が導かれる。

系 1 テスト誤りパターン $t \in \mathcal{T}_l$ に対して条件 ET が満足されたとき、未だ生成されていない全てのテスト誤りパターン $t' \in \mathcal{T}_l$ に対して

$$P(\tilde{r}|\tilde{c}') \leq P_{best}, \quad (12)$$

が成り立つ。ここで $\tilde{c}' = h(\tilde{z}, t')$ とする。

(証明) テスト誤りパターンの生成順序の条件 C2) により、式 (12) が導かれる。 □

定理 1 により、条件 ET を満足するテスト誤りパターン t は符号化する必要がない。さらに系 1 により、一度 $t \in \mathcal{T}_l$ に対して条件 ET が満足されると、以後生成されるべき $t' \in \mathcal{T}_l$ は全て符号化する必要がない。

条件 ET を用いた提案復号アルゴリズムを示す。ここで l_{max} は候補となるテスト誤りパターンの最大 Hamming 重みとする。また、Hamming 重みが l である既に生成されたテスト誤りパターンの集合を U_l で表す。

提案復号アルゴリズム

- S1) $l := 1, U_l := \emptyset$ とする。
 S2) $\tilde{c}_0 := h_0(\tilde{z})$ として $P(\tilde{r}|\tilde{c}_0)$ を計算する。 $P_{best} := P(\tilde{r}|\tilde{c}_0)$, $\tilde{c}_{best} := \tilde{c}_0$ とおく。
 S3) $t \in \mathcal{T}_l$ を生成する。
 a) t に対して条件 ET が成り立つなら S4) へ。
 b) $U_l := U_l \cup t, \tilde{c} := h(\tilde{z}, t)$ とする。もし $P_{best} \leq P(\tilde{r}|\tilde{c})$ なら $P_{best} := P(\tilde{r}|\tilde{c}), \tilde{c}_{best} := \tilde{c}$ とする。
 S4) もし $\mathcal{T}_l \setminus U_l = \emptyset$ なら $l := l+1$ とする。もし $l > l_{max}$ なら \tilde{c}_{best} を出力して復号を終了する。そうでないならば $U_l := \emptyset$ として S3) にもどる。 ■

提案復号法は $l_{max} := K$ と定めることにより、必ず最尤復号を達成する。ただし、 $l_{max} < K$ の場合においても提案アルゴリズムの最適性に関して以下の結果が導かれる。

系 2 Hamming 重み l のテスト誤りパターンを生成する過程において $L_{best} \leq |\tilde{\psi}_{i_p}|$ を満たす最小の $i_p \in [N - K + 1, N]$ が $i_p \leq N - K + l$ を満足するなら、このとき得られている候補符号語 \tilde{c}_{best} は最尤の符号語である。

また、 $i_p \leq N - K + l + 1$ が成り立つならば、Order- l reprocessing は最尤復号となる。 □

5 シミュレーションによる評価

本節では、式 (10) の信頼度とそれを用いた提案復号法の有効性を示すため、計算機シミュレーションによる評価を行う。

5.1 シミュレーション条件

シミュレーションでは 2 状態 $S = \{G, B\}$ の HMM を仮定する。状態 B の定常確率を $p(B) = 0.1$ 、遷移確率を $p(G|B) = 0.1$ とする。また、各状態におけるガウス雑音の分散は $\sigma_B^2 = 10\sigma_G^2$ とする。各図、表においては状態 B と G の混合ガウス分布を平均 0、分散 $\sigma^2 = p(G)\sigma_G^2 + p(B)\sigma_B^2$ の正規分布と近似した場合の E_b/N_0 [dB] を変化させている。

5.2 結果

(実験 1) 信頼度計算法の比較: 表 1 では、式 (10) の信頼度 $|\psi_i|$ と式 (7) の絶対値から得られる平均信頼度 $|\phi_i|$ を用いて置換検査行列を作成し、信頼度の高い K bit のうち硬判定シンボル z_i の誤り個数を比較している。ここで N_{ave} は平均信頼度 $|\phi_i|$ を用いたときの誤り個数、 N_{pro} は信頼度 $|\psi_i|$ を用いたときの誤り個数を示す。符号は (63,36,11) BCH 符号を用いており、それぞれの値は各 E_b/N_0 で 1,000,000 個の受信系列についての平均値を表している。

(実験 2) テスト誤りパターン数 (Order- l) の比較: 信頼度 $|\psi_i|$ と平均信頼度 $|\phi_i|$ を用いて Order-1,2,3 の復号を行った際の復号性能の比較を図 1,2 で表す。比較のため、復号器に真の雑音状態系列 s を与えたもとの、結合尤度 $P(\tilde{r}|c, s)$ を最大にする最尤復号を行った結果も示す。図において提案 1 というのは提案復号法を Order- l で行った結果を示しており、同様に平均 1 とは平均信頼度に基づく復号を Order- l で行った結果を示す。

(実験 3) 計算量の比較: それぞれの信頼度に基づく Order-2,3 の復号に必要な候補符号語の符号化回数を表 2,3 に示す。復号性能と符号化回数の比較は (31,16,7) BCH 符号と (63,36,11) BCH 符号を用いており、各 E_b/N_0 で 10,000 回復号した平均の値を表している。

表 1: 信頼度 $|\psi_i|$ と平均信頼度 $|\phi_i|$ の誤り bit 数

[dB]	N_{ave}	N_{pro}	N_{pro}/N_{ave}
1.0	$9.31 \cdot 10^{-1}$	$4.96 \cdot 10^{-1}$	53.32%
2.0	$7.46 \cdot 10^{-1}$	$3.27 \cdot 10^{-1}$	43.82%
3.0	$6.04 \cdot 10^{-1}$	$2.16 \cdot 10^{-1}$	35.82%
4.0	$4.75 \cdot 10^{-1}$	$1.41 \cdot 10^{-1}$	29.63%
5.0	$3.51 \cdot 10^{-1}$	$8.87 \cdot 10^{-2}$	25.27%
6.0	$2.39 \cdot 10^{-1}$	$5.27 \cdot 10^{-2}$	22.07%
7.0	$1.46 \cdot 10^{-1}$	$2.90 \cdot 10^{-2}$	19.85%

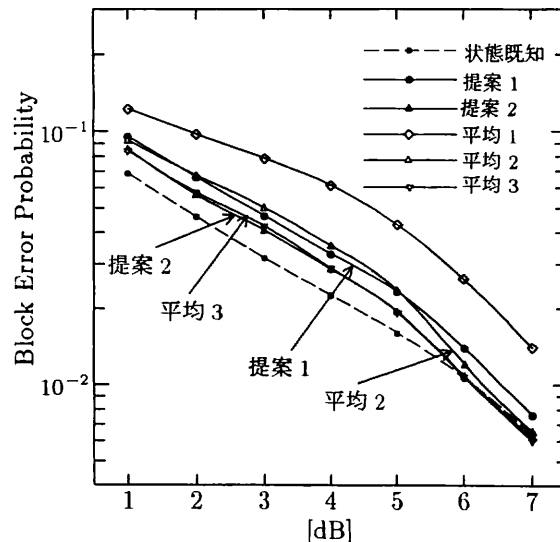


図 1: (31,16,7) 符号に対する復号誤り確率

5.3 評価と考察

(実験 1) 表 1 から、各 E_b/N_0 で式 (10) の信頼度を用いた方が有効であることが示されている。 E_b/N_0 が低い劣悪な環境においても、約半分の誤り個数ですんでいるのは注目に値する。信頼度の高い線形独立な K シンボルの決め方が、復号の性能に大きく影響を及ぼすと考えられる。この結果から、式 (10) の信頼度を用いれば同じ復号性能をより小さい Order 数で達成できると期待される。

(実験 2) 図 1 から、平均信頼度に基づく復号が Order-3 で達成する復号誤り確率を、式 (10) の信頼度に基づく復号では Order-2 で達成していることがわかる。同様な結果が平均信頼度の復号における Order-2 と式 (10) の信頼度の復号における Order-1 についても得られている。図 2 からは、平均信頼度の復号における Order-3 の復号特性よりも提案復号法における Order-2 の復号特性の方が大幅に良いことが分かる。同様な結果が平均信頼度の復号における Order-2 と式 (10) の信頼度の復号における Order-1 についても示されている。これは、式 (10) の信頼度が式 (9) によって他の受信シンボルを考慮に入れていることの効果で、符号長 N が大きくなるにつれて増加することを示している。

(実験 3) 表 2 ではほぼ全ての E_b/N_0 で提案復号法が 1/5 まで符号化回数を低減できている。また、表 3 においては 7 ~ 3 [dB] の範囲で提案復号法が 1/5 以下に符号化回数を低減しているが、それより低い E_b/N_0 では条件 ET の効果が薄れている。それでもなお、符号化回数の低減率が 2/5 を保てているので、条件 ET は有効性であると言える。

6 まとめと今後の課題

本論文では HMM にしたがう加法的ガウス雑音の存在する通信路における信頼度を提案して、信頼度情報に基づく新しい軟判定復号法を提案した。提案復号法は用いられる信頼度によって復号性能が大きく左右されるが、計

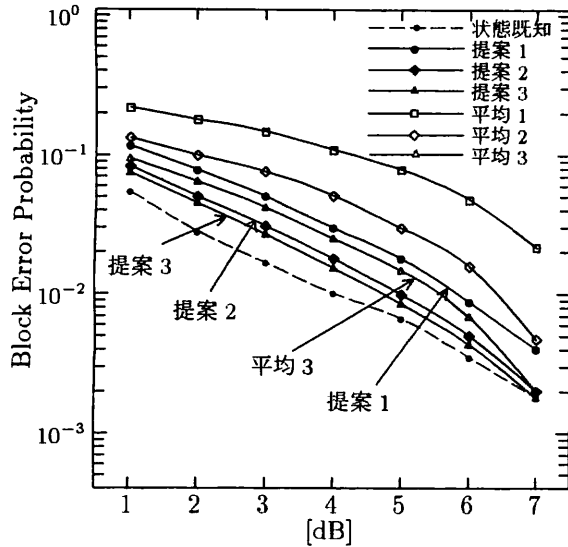


図 2: (63,36,11) 符号に対する復号誤り確率

表 2: (31,16,7) BCH 符号に対する符号化回数

[dB]	平均信頼度 ϕ_i		信頼度 ψ_i	
	order-2	order-3	order-2	order-3
1.0	$1.21 \cdot 10^2$	$6.16 \cdot 10^2$	$2.86 \cdot 10^1$	$1.28 \cdot 10^2$
2.0	$1.07 \cdot 10^2$	$5.45 \cdot 10^2$	$2.04 \cdot 10^1$	$9.21 \cdot 10^1$
3.0	$8.91 \cdot 10^1$	$4.54 \cdot 10^2$	$1.52 \cdot 10^1$	$6.87 \cdot 10^1$
4.0	$6.98 \cdot 10^1$	$3.55 \cdot 10^2$	$1.16 \cdot 10^1$	$5.27 \cdot 10^1$
5.0	$5.33 \cdot 10^1$	$2.71 \cdot 10^2$	8.79	$3.95 \cdot 10^1$
6.0	$4.10 \cdot 10^1$	$2.08 \cdot 10^2$	6.32	$2.80 \cdot 10^1$
7.0	$3.32 \cdot 10^1$	$1.69 \cdot 10^2$	4.03	$1.72 \cdot 10^1$

算機シミュレーションにより提案信頼度を用いることの有効性を示した。また提案信頼度を利用することにより、候補のテスト誤りパターンを符号化する必要の無い十分条件を導き、復号計算量で支配的となる符号化回数が低減できることを示した。さらに、得られている候補符号語の最尤性を判定する十分条件を系 2 により示した。

今後は、最尤性を判定するためのより tight な十分条件の導出が課題である。また、提案した信頼度の有効性を解析的に示すことや、所望の復号特性を達成するための Order 数の決定法の開発なども今後の課題である。

謝辞

著者の一人八木は、研究を進めるにあたりご討論、ご助言を頂いている早稲田大学大学院 大島英明氏に感謝する。

参考文献

- [1] M.P.C.Fossorier and S.Lin, "Soft-decision decoding of linear block codes based on ordered statistics," IEEE Trans. Inform. Theory, vol. 41, pp.1379 - 1396, Sept. 1995.
- [2] D.Gazelle and J.Snyders,, "Reliability-based code-search algorithm for maximum-likelihood decoding of block codes," IEEE Trans. Inform. Theory, vol. 43, pp.239 - 249, Jan. 1997.
- [3] M.P.C.Fossorier, S.Lin and J.Snyders, "Reliability-based syndrome decoding of binary block codes," IEEE Trans. Inform. Theory, vol. 44, pp.388 - 398, Jan. 1998.
- [4] T.Wadayama, "An iterative decoding algorithm of low density parity check codes for hidden Markov noise channel," Proc. of International Symposium on Information and Its Applications, Hawaii, U.S.A., Nov. 2000.
- [5] K.Koike, H.Ogiwara, "Performance evaluation of turbo code over impulsive noise channel," IEICE Trans. Fundamentals, vol. E84-A, pp.2418 - 2426, Oct. 2001.

表 3: (63,36,11) BCH 符号に対する符号化回数

[dB]	平均信頼度 ϕ_i		信頼度 ψ_i	
	order-2	order-3	order-2	order-3
1.0	$6.52 \cdot 10^2$	$7.63 \cdot 10^3$	$2.95 \cdot 10^2$	$3.29 \cdot 10^3$
2.0	$6.17 \cdot 10^2$	$7.23 \cdot 10^3$	$2.06 \cdot 10^2$	$2.30 \cdot 10^3$
3.0	$5.52 \cdot 10^2$	$6.46 \cdot 10^3$	$1.43 \cdot 10^2$	$1.59 \cdot 10^3$
4.0	$4.61 \cdot 10^2$	$5.40 \cdot 10^3$	$1.00 \cdot 10^2$	$1.11 \cdot 10^3$
5.0	$3.68 \cdot 10^2$	$4.31 \cdot 10^3$	$7.01 \cdot 10^1$	$7.67 \cdot 10^2$
6.0	$3.03 \cdot 10^2$	$3.54 \cdot 10^3$	$5.41 \cdot 10^1$	$5.98 \cdot 10^2$
7.0	$2.57 \cdot 10^2$	$3.01 \cdot 10^3$	$5.07 \cdot 10^1$	$5.51 \cdot 10^2$

付録

A 定理 1 の証明

はじめに $\mathbf{y}^{(i)} = \mathbf{z}_{z_i \oplus 1} = (z_1, z_2, \dots, z_{i-1}, z_i \oplus 1, z_{i+1}, \dots, z_N)$ と定義する。また、 \tilde{r}, \tilde{z} のビット位置 $i, i = 1, 2, \dots, N$, に対して置換する前の位置を $\chi(i)$ で表す。

いま、 $L_{best} \leq |\tilde{\psi}_{i_p}|$ が成り立つと仮定する。このとき式 (10) より以下のように展開される。

$$L_{best} \leq |\tilde{\psi}_{i_p}| \iff \ln \frac{P(\tilde{r}|\tilde{z})}{P_{best}} \leq \ln \frac{P(\tilde{r}|\tilde{z})}{P(\tilde{r}|\tilde{\mathbf{y}}^{(i_p)})},$$

$$\iff P_{best} \geq P(\tilde{r}|\tilde{\mathbf{y}}^{(i_p)}). \quad (13)$$

また、仮定より $i_p \leq i$ であるから式 (13) と同様に、

$$|\tilde{\psi}_{i_p}| \leq |\tilde{\psi}_i| \iff \ln \frac{P(\tilde{r}|\tilde{z})}{P(\tilde{r}|\tilde{\mathbf{y}}^{(i_p)})} \leq \ln \frac{P(\tilde{r}|\tilde{z})}{P(\tilde{r}|\tilde{\mathbf{y}}^{(i)})},$$

$$\iff P(\tilde{r}|\tilde{\mathbf{y}}^{(i_p)}) \geq P(\tilde{r}|\tilde{\mathbf{y}}^{(i)}), \quad (14)$$

が成り立つ。ゆえに次式が導かれる。

$$P_{best} \geq P(\tilde{r}|\tilde{\mathbf{y}}^{(i_p)}) \geq P(\tilde{r}|\tilde{\mathbf{y}}^{(i)}). \quad (15)$$

残りの証明は \tilde{z} と $I = \{i_1, i_2, \dots, i_j\} \cup \{i\}$ の位置の要素が異なる N 次元ベクトルを $\tilde{\mathbf{v}}$ としたとき

$$P(\tilde{r}|\tilde{\mathbf{y}}^{(i)}) \geq P(\tilde{r}|\tilde{\mathbf{v}}), \quad (16)$$

を示せば十分である。式 (5) から

$$P(\tilde{r}|\tilde{\mathbf{y}}^{(i)}) = \sum_{\mathbf{s}} p(s_1) \prod_{k=1}^N p(s_{k+1}|s_k) P(r_k|y_k^{(i)}, s_k),$$

$$= \sum_{\mathbf{s}} f(\mathbf{s}, \tilde{\mathbf{y}}^{(i)}). \quad (17)$$

ここで

$$f(\mathbf{s}, \tilde{\mathbf{y}}^{(i)}) = p(s_1) \prod_{k=1}^N p(s_{k+1}|s_k) P(r_k|y_k^{(i)}, s_k).$$

とおいた。このとき、任意の $\mathbf{s} \in S^{N+1}$ に対して次式が成り立つ。

$$f(\mathbf{s}, \tilde{\mathbf{v}}) = f(\mathbf{s}, \tilde{\mathbf{y}}^{(i)}) \cdot \frac{\prod_{k \in \chi(I \setminus \{i\})} P(r_k|y_k^{(i)} \oplus 1, s_k)}{\prod_{k \in \chi(I \setminus \{i\})} P(r_k|y_k^{(i)}, s_k)},$$

$$\leq f(\mathbf{s}, \tilde{\mathbf{y}}^{(i)}). \quad (18)$$

最後の不等号は $k \in \chi(I \setminus \{i\})$ に対しては $y_k^{(i)} = z_k$ であることによる。式 (18) の関係を全ての \mathbf{s} に当てはめると

$$P(\tilde{r}|\tilde{\mathbf{y}}^{(i)}) = \sum_{\mathbf{s}} f(\mathbf{s}, \tilde{\mathbf{y}}^{(i)})$$

$$\geq \sum_{\mathbf{s}} f(\mathbf{s}, \tilde{\mathbf{v}}) = P(\tilde{r}|\tilde{\mathbf{v}}), \quad (19)$$

となり、定理が証明された。 \square