

隠れマルコフ型雑音通信路に対するターボ復号について Turbo decoding for Hidden Markov Noise Channel

大島 英明†
Hideaki OHSHIMA

小林 学‡
Manabu KOBAYASHI

平澤 茂一†
Shigeichi HIRASAWA

Abstract— In 1993, turbo codes have been proposed by C.Berrou. In recent years turbo codes attract attentions in the field of coding theory as new channel encoding schemes close to the Shannon limit. In this paper, at first we show the trellis which is obtained by combining the trellis of the encoder states with that of the noise states on Hidden Markov Noise Channel. Next for turbo codes we propose a new decoding algorithm based on the combined trellis. Finally we show that the proposed decoding algorithm can reduce a bit-error rate (BER) for turbo codes.

Keywords— Turbo decoding, Turbo codes, Hidden Markov Noise Channel

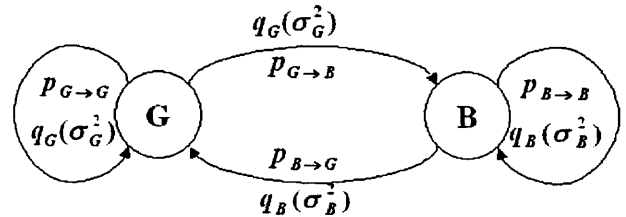


図 1: HMN(HMGN) 通信路モデル

1 はじめに

ターボ符号は、1993年にフランスのC.Berrouらによって提案された通信路符号化方式 [4] であり、シャノン限界に迫る新しい方式として近年、符号理論などの分野で注目を集めている。その復号法としてターボ符号の2つの構成符号それぞれに対応する復号器間でソフト入力とソフト出力を繰り返して復号を行うターボ復号がある。ターボ符号の構成符号に対する復号法にはL.R.Bahlらによって、トレリスの前方からと後方からの繰り返し演算を行い各ビットに対する事後確率を求める復号法 [2] (以降BCJRアルゴリズムと呼ぶ) などが提案されている。

ターボ符号を記憶のある通信路の環境で評価した研究は少ないが、[3]において、記憶のある通信路を仮定し符号トレリスに雑音の状態を組み合わせた合成トレリスを導入することで上界の評価が行われている。しかし合成トレリスを用いた復号法は行われていない。

そこで本研究では、出力が2元である記憶のある通信路 (隠れマルコフ型雑音 (以降HMNと呼ぶ) 通信路) 及び出力が正規雑音である記憶のある通信路 (隠れマルコフ型ガウス雑音 (以降HMGNと呼ぶ) 通信路) に対して合成トレリスを用いたターボ復号を行う方法を提案する。その結果、HMN通信路またはHMGN通信路に対する従来のターボ復号よりもビット誤り確率が低減されることを示す。

畳み込み符号 (RSC) を用いる。情報系列はそのまま出力される。要素符号器1には情報系列をそのままの順序で入力し、パリティ1が出力される。また要素符号器2には情報系列がインタリーバによって置換され、その系列を入力しパリティ2が出力される。本稿では簡単のためパンクチャは行わず、ターボ符号の符号化率は1/3とする。また要素符号器1, 2は共に同一の符号器を仮定し、符号器の遅延素子数をMとする。以上から次のような系列が生成される。

$$\begin{aligned} \text{情報} &: \{d_1, d_2, \dots, d_n, d_{n+1}, \dots, d_{n+2M}\} \\ \text{パリティ1} &: \{p_1^{(1)}, p_2^{(1)}, \dots, p_n^{(1)}, p_{n+1}^{(1)}, \dots, p_{n+M}^{(1)}\} \\ \text{パリティ2} &: \{p_1^{(2)}, p_2^{(2)}, \dots, p_n^{(2)}, p_{n+M+1}^{(2)}, \dots, p_{n+2M}^{(2)}\} \\ & (d_k, p_k^{(1)}, p_k^{(2)} \in \{0, 1\}) \end{aligned}$$

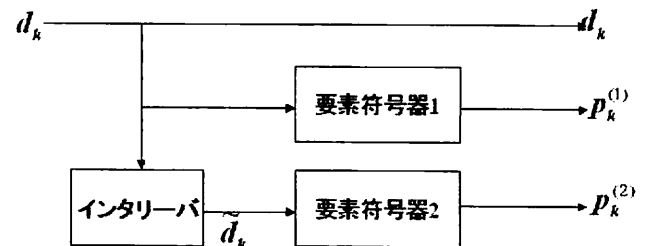


図 2: ターボ符号器

2 HMN 雑音通信路と HMGN 通信路

本研究で扱うHMN通信路, HMGN通信路は有限離散状態を仮定する。2状態の例を図1に示す。図の $P_{G \to G}$ はG状態からG状態へ遷移する確率である。他の $P_{G \to B}$, $P_{B \to G}$, $P_{B \to B}$ もそれぞれ同様な遷移確率を表す。 q_G, q_B はHMN通信路に対して状態から遷移する際に誤り (1を出力) を発生する確率である。同様に、 σ_G^2, σ_B^2 はHMGN通信路に対して状態から遷移する際の平均を0とする正規雑音の分散を表す。

3 従来研究

3.1 ターボ符号 [4]

本研究で扱うターボ符号は図2に示すようなターボ符号器とする。各要素符号器には符号化率1/2の再帰的組織

3.2 BCJR アルゴリズム [2]

符号長をN, 符号に対するトレリス線図の 2^M 個の異なる状態を $s \in \{0, 1, \dots, 2^M - 1\}$ とする。また時点tの状態を S_t , 送信シンボルを x_t とした時、時点tからt'の状態系列を $S_t^{t'} = S_t, S_{t+1}, \dots, S_{t'}$, 送信記号系列を $x_t^{t'} = x_t, x_{t+1}, \dots, x_{t'}$, 受信記号系列を $y_t^{t'} = y_t, y_{t+1}, \dots, y_{t'}$ とする。この時アルゴリズムを示すための準備として以下のように定義する。

$$\begin{aligned} L(\hat{x}_t) &= \ln \frac{P(x_t = 0 | y_t^N)}{P(x_t = 1 | y_t^N)} \\ &= \ln \frac{\sum_{\substack{(s', s) \\ s_t=0}} p(S_{t-1} = s', S_t = s, y_t^N)}{\sum_{\substack{(s', s) \\ s_t=1}} p(S_{t-1} = s', S_t = s, y_t^N)} \end{aligned} \quad (1)$$

† 〒169-8555 東京都新宿区大久保 3-4-1 早稲田大学理工学部経営システム工学科. Dept. of Industrial and Management Systems Engineering, Waseda University, 3-4-1 Ohkubo, Shinjuku, Tokyo 169-8555. E-mail: hideaki@hirasa.mgmt.waseda.ac.jp

‡ 〒251-8511 神奈川県藤沢市辻堂西海岸 1-1-25 湘南工科大学工学部情報工学科. Dept. of Information Science, Shonan Institute of Technology, Tsujido Nisikaigan 1-1-25 Fujisawa-shi, Kanagawa-ken 251-8511.

$$p(s', s, \mathbf{y}_1^N) = \alpha_{t-1}(s') \cdot \gamma_t(s', s) \cdot \beta_t(s) \quad (2)$$

$$\alpha_t(s) = \sum_{s'} \gamma_t(s', s) \cdot \alpha_{t-1}(s') \quad (3)$$

$$\beta_t(s') = \sum_s \gamma_{t+1}(s', s) \cdot \beta_{t+1}(s) \quad (4)$$

$$\gamma_t(s', s) = p(y_t | x_t) \cdot P(x_t) \quad (t = 1, 2, \dots, N) \quad (5)$$

$p(s', s, \mathbf{y}_1^N)$ はトレリスの各枝に対する確率を表す。ここで事後確率最大 (MAP) 復号法は各ビットごとに式 (1) の対数事後確率比を求めることが目的となる。その事後確率をトレリスの構造を用いて前方からと後方からの繰り返し演算によって効率的に求めるアルゴリズムが BCJR アルゴリズムである。

[BCJR アルゴリズム]

- 1) $\alpha_0(0) = 1, \beta_N(0) = 1$ とする。
- 2) y_t を受信した後、式 (5) により $\gamma_t(s', s)$ を計算し、式 (3) により $\alpha_t(s)$ を計算する。またすべての t, s に対して、 $\alpha_t(s)$ を記憶しておく。
- 3) \mathbf{y}_1^N を受信した後、式 (4) により $\beta_t(s)$ を計算する。その結果、式 (2) → 式 (1) と順に計算し、 $L(\hat{x}_t) \geq 0$ ならば $\hat{x}_t = 0$ 、さもなければ $\hat{x}_t = 1$ と判定し、 \hat{x}_1^N を出力する。□

3.3 ターボ復号法 [1] [4]

本稿ではターボ符号の送信符号語は次のような順序で送信されることを仮定する。

$$\mathbf{x} = (d_1, p_1^{(1)}, \dots, d_{n+M}, p_{n+M}^{(1)}, p_1^{(2)}, \dots, p_n^{(2)}, d_{n+M+1}, p_{n+M+1}^{(2)}, \dots, d_{n+2M}, p_{n+2M}^{(2)}) \quad (6)$$

また受信側では

$$\mathbf{y} = (y_1, y_1^{(1)}, \dots, y_{n+M}, y_{n+M}^{(1)}, y_1^{(2)}, \dots, y_n^{(2)}, y_{n+M+1}, y_{n+M+1}^{(2)}, \dots, y_{n+2M}, y_{n+2M}^{(2)}) \quad (7)$$

を受信したとする。

このときターボ復号法は、ターボ符号に対して要素符号 1 と要素符号 2 のそれぞれに対し復号を行い、その結果を用いて繰り返し演算を行う復号法である。まず最初に要素符号 1 の復号を行う。この復号の際に各ビットごとの事後確率を計算する。次に符号化においてインタリーブされた部分をデインタリーブ (デインタリーブはインタリーブの逆変換) し、その後要素符号 2 の復号を行う。その際、要素符号 1 の復号で計算された各ビットごとの事後確率から要素符号 1 に対する事前確率 (外部情報) を導出しこれを用いて復号を行う。その後も同様に復号の際に得られる事後確率から次の要素符号に対する事前確率を生成する。要素符号 1, 要素符号 2 の復号を 1 回の繰り返しとし、数回繰り返すことで復号を終える。以下にこれらの復号の詳細を示す。

事前確率 $P(d_t)$ は

$$P(d_t = \delta) = \frac{e^{iL(d_t)}}{1 + e^{iL(d_t)}} \begin{cases} i = +1, & (\delta = 0) \\ i = -1, & (\delta = 1) \end{cases} \quad (8)$$

となる。またトレリスの各枝の確率は

$$\gamma_t(s', s) = P(d_t) \cdot P(y_t | d_t) \cdot P(y_t^{(j)} | p_t^{(j)}) \quad (j = 1, 2) \quad (9)$$

となる。式 (8)(9) の値を符号トレリスの枝に与え、BCJR アルゴリズムを行うことで、次式のような対数事後確率比を求めることができる。

$$L(\hat{d}_t) = \ln \frac{P(d_t = 0)}{P(d_t = 1)} + \ln \frac{P(y_t | d_t = 0)}{P(y_t | d_t = 1)}$$

$$+ \ln \frac{\sum_{\substack{(s', s) \\ d_t=0}} \alpha_{t-1}(s') \cdot P(y_t^{(j)} | p_t^{(j)}) \cdot \beta_t(s)}{\sum_{\substack{(s', s) \\ d_t=1}} \alpha_{t-1}(s') \cdot P(y_t^{(j)} | p_t^{(j)}) \cdot \beta_t(s)} \quad (j = 1, 2) \quad (10)$$

式 (10) の第 1 項は事前確率、第 2 項は受信系列による尤度を表し、第 3 項は次の復号の外部情報 (Decoder1 では L_{e1} , Decoder2 では L_{e2}) を表す。つまり式 (10) を繰り返し計算することで、各ビットごとの事後確率を求め、第 3 項の値を次の復号の事前確率として繰り返し復号を行う。各ビットごとの事後確率の値が収束する一定回数繰り返した時点で終了し、 $L(\hat{d}_t) \geq 0$ ならば $\hat{d}_t = 0$ 、さもなければ $\hat{d}_t = 1$ と硬判定し、その系列を出力する。このターボ復号の概要を図 3 に示す。

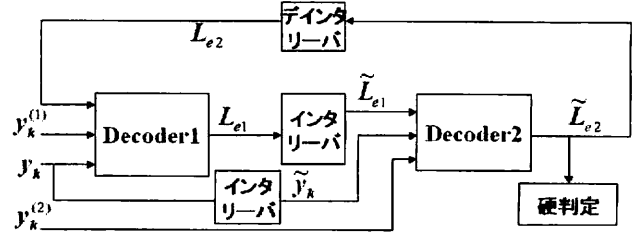


図 3: ターボ復号器

4 提案復号法

4.1 合成トレリス [3]

まずはじめに HMN(HMGN) 通信路を考慮するために、図 4, 5 に符号トレリスに雑音の状態遷移を組み合わせた合成トレリスの構成を示す。図 4, 5 は符号器の遅延素子数を 2、通信路に雑音状態を G, B の 2 状態とし、符号器の状態 00 から状態 00 へ遷移した時の合成トレリスである。

また送信順は式 (6) のように合成トレリスによる遷移を考慮に入れる。すなわち最初に符号器 1 によって作られた関係を保つため、情報とパリティ 1 を交互に送る。その次にパリティ 2 を送り、最後に符号器 2 でトレリスの終端のための情報とパリティ 2 と交互に送る。このようにすることによって合成トレリス上で効率の良い復号を行うことができる。

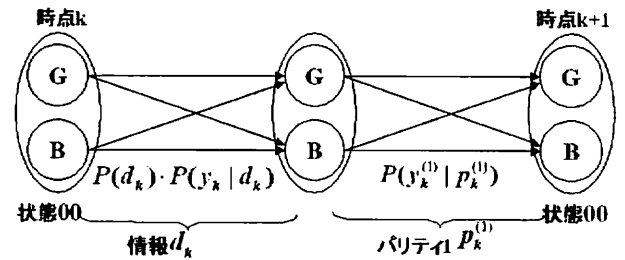


図 4: Decoder1 の合成トレリス

4.2 提案復号法

提案復号法では Decoder1, Decoder2 で異なる合成トレリスを用いるため異なる復号法となる。そこで次にそれぞれの復号器の詳細を示す。これ以降は HMGN 通信路についても同様に示すことができるため HMN 通信路についてのみ示す。またここで、ある時点 k において

$$a_k = \begin{cases} 0, & (d_k = y_k) \text{ or } (\bar{d}_k = \bar{y}_k) \\ 1, & (\text{else}), \end{cases} \quad (11)$$

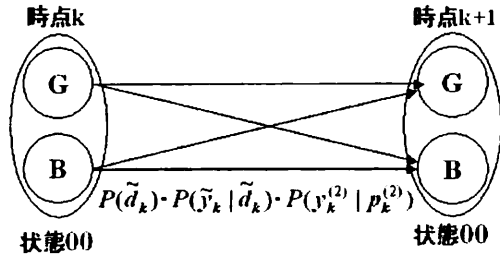


図 5: Decoder2 の合成トレリス

$$b_k = \begin{cases} 0, & (p_k^{(j)} = y_k^{(j)}) \\ 1, & (\text{else}), \end{cases} \quad (j = 1, 2) \quad (12)$$

とする。(\tilde{d}_k, \tilde{y}_k は d_k, y_k をインタリーブしたものである)

4.2.1 Decoder1 における復号

図 4 に示されているように Decoder1 では 1 時点の間に情報 (d_k) とパリティ1 ($p_k^{(1)}$) に対して 2 回遷移するため各枝に与える確率はそれぞれ異なる。そこでまず各枝に与える確率を $G \rightarrow G$ を例に用いて示す。

情報部分の枝の確率は

$$P(d_k) \cdot P_{G \rightarrow G}(y_k | d_k) =$$

$$P(d_k) \cdot P_{G \rightarrow G} \cdot (1 - q_G)^{(1 - a_k)} \cdot q_G^{a_k} \quad (13)$$

パリティ1 の部分の枝の確率は

$$P_{G \rightarrow G}(y_k^{(1)} | p_k^{(1)}) = P_{G \rightarrow G} \cdot (1 - q_G)^{(1 - b_k)} \cdot q_G^{b_k} \quad (14)$$

となる。

これらを用いて図 4 の合成トレリス上で BCJR アルゴリズムを行い事後確率を式 (10) で求める。但しこの時の尤度は式 (15) である。

$$P(y_k | d_k) = \begin{cases} (1 - q_G) + (1 - q_B), & (d_k = y_k) \\ q_G + q_B, & (\text{else}), \end{cases} \quad (15)$$

4.2.2 Decoder2 における復号

Decoder2 では 1 時点の間にパリティ2 ($p_k^{(2)}$) に対して 1 回遷移する。しかし符号トレリスで考えると各枝には情報 (d_k) も割り振られている。そのためこの情報に対する尤度も考えなければならない。そこで Decoder2 における情報の尤度は式 (15) を用いる。このように考えると Decoder2 の各枝に与える確率は $G \rightarrow G$ を例に用いて示すと次のようになる。

$$P(\tilde{d}_k) \cdot P(\tilde{y}_k | \tilde{d}_k) \cdot P_{G \rightarrow G}(y_k^{(2)} | p_k^{(2)}) =$$

$$P(\tilde{d}_k) \cdot \{(1 - q_G)^{(1 - a_k)} \cdot q_G^{a_k} + (1 - q_B)^{(1 - a_k)} \cdot q_B^{a_k}\} \cdot P_{G \rightarrow G} \cdot (1 - q_G)^{(1 - b_k)} \cdot q_G^{b_k} \quad (16)$$

Decoder2 も同様に式 (16) の枝の確率を図 5 の合成トレリス上に与え、BCJR アルゴリズムを行い事後確率の計算は式 (10) で求める。この時の尤度の値は Decoder1 と同様式 (15) を用いる。

4.2.3 提案復号法のアルゴリズム

[提案復号法]

- 1) l_{max} を設定し、 $l = 1$ とする。
- 2) 受信系列の情報部分、パリティ1 部分と事前確率を Decoder1 に入力し、図 4 の合成トレリスを用いて式 (10) で事後確率を計算し、 L_{e1} を求める。(但し式 (10) の対数尤度比には式 (15) を用いる)
- 3) 受信系列のパリティ2 部分と、2) で得られた L_{e1} を事前確率とし Decoder2 に入力する。図 5 の合成トレリス (情報部分の尤度は式 (15)) を用いて式 (10)

で事後確率計算し、 L_{e2} を求める。(但し式 (10) の対数尤度比には式 (15) を用いる)

- 4) $l = l_{max}$ ならば 3) で得られた事後確率を硬判定し出力する。さもなければ $l \rightarrow l + 1$ とし L_{e2} を Decoder1 の事前確率に定め 2) へ。 □

5 シミュレーション結果による評価

5.1 シミュレーション条件

1) HMN 通信路

符号: $RSC(37, 21)_8$ 符号・符号化率 1/2

インタリーブサイズ: 1000 (一様インタリーブ)

通信路の雑音の状態数: 2 状態 (G 状態, B 状態)

$l_{max} = 7$, $P_{B \rightarrow B} = 0.9$, $q_G = 0.01$, $q_B = 0.5$ に固定し、 $P_{G \rightarrow G}$ を変動させた。

2) HMGN 通信路

符号, インタリーブサイズ, 雑音の状態数は HMN 通信路と同様のものを用いた。

$\sigma_B = 11\sigma_G$, $l_{max} = 7$, $P_{B \rightarrow B} = 0.9$, $\pi_B = 0.1$ に固定し、 σ^2 を変動させシミュレーションを実行した。

HMGN 通信路の場合、符号トレリスのみを用いた従来のターボ復号を行うためには、G 状態, B 状態それぞれから発生する正規雑音を 1 つの正規雑音に混合させる必要がある。今回は簡単のため、G の定常確率を π_G , B の定常確率を π_B とした時、混合正規雑音の分散を $\sigma^2 = \pi_G \cdot \sigma_G^2 + \pi_B \cdot \sigma_B^2$ とした。また提案復号法は 4. 2 節で述べた復号法において、尤度の部分に正規雑音の尤度を用いて復号したものである。

5.2 HMN 通信路についての結果と考察

図 6 は従来、提案共に上記の条件でシミュレーションを実行したものである。図 7 は復号の計算量が同程度となるように符号の遅延素子数及びインタリーブサイズを調整して比較したものである (詳しい計算量及び符号器のパラメータに関しては次節で述べる)。(HMN 通信路において、従来の復号法は 3.3 節で述べた符号トレリスのみの復号である) 提案復号法は繰り返し 4 回程度でほぼ収束する。また従来法の繰り返し 7 回よりも提案復号法の繰り返し 1 回の方がビット誤り確率が低くなる。

従来法と提案法の大きな違いは通信路の誤り確率が小さくなるほど、復号後のビット誤り確率の差が大きくなっていくことである。つまり通信路の誤り確率が小さくなればなるほど提案法の効果が現れていることを示している。このことは、雑音状態を符号トレリスに組み合わせた合成トレリスと、これに適した復号を行うことで多少のバースト誤りであれば復号が可能であることを示している。また通信路の誤り確率が大きいとバースト誤りが多く含まれるため、提案復号法においてもあまり良い結果は得られていない。これについては今後の検討課題である。

5.3 計算量に関する考察

従来法の符号トレリスに対して BCJR アルゴリズムを行う際にかかる計算量を \mathcal{N} と表すと、従来法の 1 回の繰り返しに必要な計算量は Decoder1, Decoder2 と同様なので $2\mathcal{N}$ となる。これに対して提案法では、まず Decoder1 では符号トレリスに雑音の 2 状態を組み込んでいるので状態数は 2 倍となる。さらに情報部とパリティ部に分けており、1 つの状態からの枝の出る本数が 2 倍となっているため、結果的に枝の本数は 8 倍となる。一方 Decoder2 では状態数が 2 倍、1 つの状態からの枝の出る本数が 2 倍となっているので枝の合計は 4 倍となる。すなわち Decoder1 では $8\mathcal{N}$, Decoder2 では $4\mathcal{N}$ となり提案法の 1 回の繰り返しに必要な計算量は $12\mathcal{N}$ である。

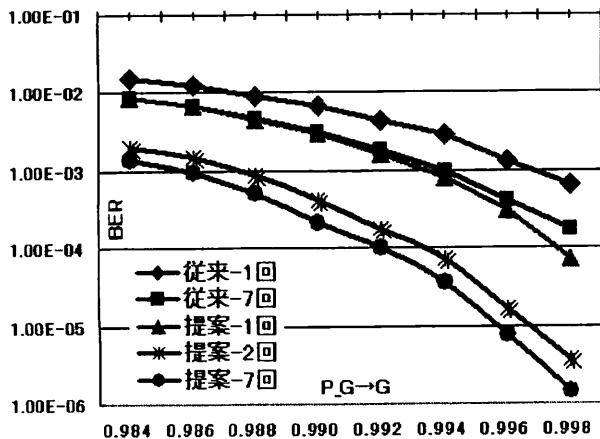


図 6: HMN 通信路における比較

このことから提案法の1回の繰り返しの必要な計算量は従来法の6倍程度になると考えられる。実際に提案法では符号器の遅延素子数2, インタリーブサイズ1000とする時, 従来法では遅延素子数4, インタリーブサイズ1500とすることでほぼ同等の計算量としてシミュレーションを行った。その結果が図7である。結果は1回の繰り返しではほぼ同等であるが, 繰り返しの多くし, 通信路の誤り確率が小さい所では提案法の効果が現れている。このことから同程度の計算量をかかけたとしても提案法の効果があると言える。

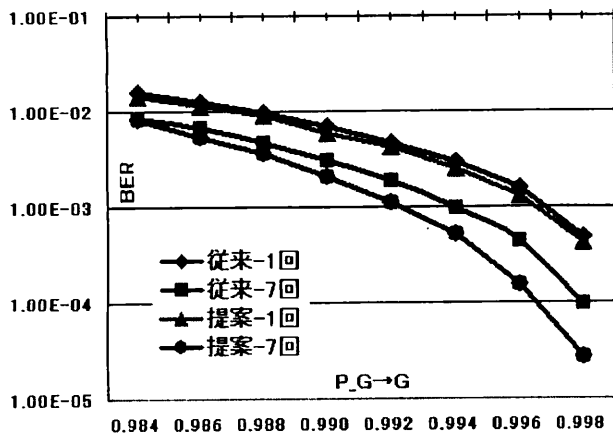


図 7: 同等の計算量による比較 (HMN 通信路)

5.4 HMGN 通信路についての結果と考察

シミュレーションでは, HMGN 通信路の雑音と分散が等しくなる正規雑音を仮定した従来のターボ復号, 真の雑音の状態系列を直接復号器に与える理想状態系列を用いた復号, 提案復号法の3つを比較した。このシミュレーション結果を図8に示す。横軸のSN比は分散を等しくした正規雑音に対するものである。この結果から分散を等しくした正規雑音を仮定し, 7回の繰り返しの復号よりも提案法の繰り返し1回の方が良くなっていることがわかる。このことは分散を等しくした正規雑音が実際の2つの雑音の分布の良い近似となっていないことを示す。

一方, 提案復号法を7回繰り返した結果は, 理想状態を知っていると仮定した復号に近い値を示しており, SN

比が大きくなるにつれて理想の値に近づいていく。これは提案復号の効果が大きいことを表している。また今回のシミュレーションは $\sigma_B = 11\sigma_G$ としており, B状態からの雑音が非常に大きい。このことがSN比を大きくしてもさほどBERが下らない原因になっていると考えられる。

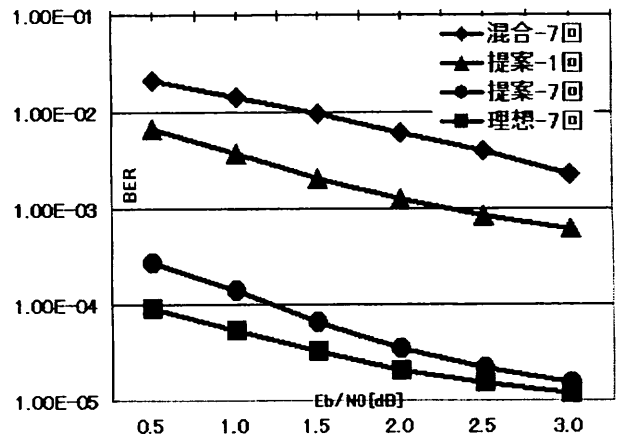


図 8: HMGN 通信路における比較

6 まとめと今後の課題

本論文では, 記憶のある通信路 (HMN 通信路, HMGN 通信路) に対して, それに適したトレリス (合成トレリス) を有効に活用する復号法を提案した。すなわち符号トレリスに通信路の雑音状態を挿入し, Decoder1, Decoder2 それぞれに対して, 各時点ごとの状態遷移に対して異なる確率を割り振り, 復号を行うことでビット誤り確率が低減されることを示した。

今後モデルやパラメータが未知の場合にも, モデル及びパラメータ推定を行いつつ誤り訂正を行う手法の開発にも取り組む予定である。これはHMGN通信路においても同様のことが言える。さらに解析的に本手法の性能を評価することも課題である。

謝辞 著者の大島は日頃より有益な助言をいただいた早稲田大学 八木秀樹氏及び, 平澤研究室の方々へ感謝いたします。

参考文献

- [1] J.Hagenauer, E.Offer, L.Papke "Iterative Decoding of Binary Block and Convolutional Codes," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol.IT-42, No.2, pp.429-445, Mar. 1996.
- [2] L.R.Bahl, J.Coche, F.Jelinek, J.Raviv "Optimal Decoding of Linear Codes for Minimizing Symbol Error Rate," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol.IT-5, pp.284-287, Mar. 1974.
- [3] 小池 清之, 荻原 春生, "マルコフ性インパルス性雑音通信路におけるターボ符号の性能評価," 第23回情報理論とその応用シンポジウム予稿集, pp. 447-450, 2000
- [4] C.Berrow, A.Glavieux, and P.Thitimajshima, "Near Shannon limit error-correcting coding and decoding: Turbo code(1)," *IEEE Int. Conf. Commun ICC'93*, vol2/3, pp.1064-1071, May, 1993.