

## バースト誤り通信路に対するターボ復号法

### —ブロックターボ符号に対する復号法—

若狭 心司<sup>†</sup> 八木 秀樹<sup>†</sup> 小林 学<sup>‡</sup> 平澤 茂一<sup>†</sup>

<sup>†</sup> 早稲田大学理工学部経営システム工学科 〒169-8555 東京都新宿区大久保 3-4-1

<sup>‡</sup> 湘南工科大学工学部情報工学科 〒251-8511 神奈川県藤沢市辻堂西海岸 1-1-25

E-mail: †{shinji,yagi,hirasawa}@hirasa.mgmt.waseda.ac.jp, ‡kobayasi@info.shonan-it.ac.jp

**あらまし** 従来のターボ復号アルゴリズムは、通信路で発生する雑音は各シンボルごとに独立であることを仮定している。しかし、現実の通信路を想定した場合、その雑音源モデルには記憶がある場合が多い。そこで近年、記憶がある通信路における各要素符号が畳み込み符号であるターボ符号に対して、多くの復号法が開発されている。しかし雑音に記憶のある通信路において、各要素符号がブロック符号であるブロックターボ符号に対する復号法に関しては十分な研究がなされていない。本論文では、記憶のある通信路におけるブロックターボ符号の復号法を提案する。その結果、提案復号法が優れた復号性能を持つことをシミュレーションによって示す。

**キーワード** ブロックターボ符号,  $h$ -sOS 復号アルゴリズム, 隠れマルコフモデル, 外部情報

## Turbo Decoding Algorithms for Burst Error Channels

### — Efficient Decoding Algorithms of Block Turbo Codes —

Shinji WAKASA<sup>†</sup>, Hideki YAGI<sup>†</sup>, Manabu KOBAYASHI<sup>‡</sup>, and Shigeichi HIRASAWA<sup>†</sup>

<sup>†</sup> Department of Industrial and Management Systems Engineering, School of Sciences and Engineering,  
Waseda University Okubo 3-4-1, Shinjuku-ku, Tokyo, 169-8555 Japan

<sup>‡</sup> Faculty of Engineering, Shonan Institute of Technology Tsujido Nishikaigan 1-1-25, Fujisawa-shi,  
Kanagawa, 251-8511 Japan

E-mail: †{shinji,yagi,hirasawa}@hirasa.mgmt.waseda.ac.jp, ‡kobayasi@info.shonan-it.ac.jp

**Abstract** A turbo decoding algorithm, a well-known decoding algorithm of turbo codes, has been proposed for the additive white Gaussian noise channels. When we consider practical communication channels, they usually have memory. Recently, turbo decoding algorithms for burst error channels have been studied where the component codes are convolutional codes. For block turbo codes, decoding algorithms have not been studied enough. In this paper, we propose novel block turbo decoding algorithms for burst error channels and show by simulation results that the proposed decoding algorithms have good error performance.

**Key words** block turbo codes,  $h$ -sOS decoding algorithm, hidden Markov model, extrinsic information

### 1. はじめに

ターボ符号は、1993年にフランスのC.Berrouらによって提案された通信路符号化方式[4]であり、シャノン限界に迫る新しい方式として近年、多くの注目を集めている。Berrouらにより提案されたターボ符号は線形掃還回路を持つ2つの組織畳み込み符号器を並列に接続した符号である。復号にはこれらの要素符号のそれぞれに対し最大事後確率(MAP)復号を用い、それぞれの情報シンボルごとに信頼度情報を生成する。ターボ符号では一方の復号器で得られる信頼度情報を他方の復号器に対する情報シンボルの事前確率とみなし、MAP復号を互いに繰

り返すことにより、最終的に送られた情報系列を推定する。また、要素符号の情報に対する信頼度情報を生成する手法や、厳密なMAP復号を行わずにこれを近似する復号法など様々な研究がなされている[1]。

一方、要素符号にブロック符号を用いたブロックターボ符号も提案されている[1][3][6]。ブロックターボ符号の復号法としては、H.Hagenauerらによって提案されたBCJRアルゴリズムを用いた復号法[1]や、R.M.Pyndiahが提案したChase復号法を用いた復号法[3]、またH.Tokushigeらによって各要素符号に対して順序統計量を用いた復号法であるOS(Ordered Statistics)復号法をもとにして、事前に復号探索空間を定め

た  $h$ -sOS (sampled Ordered Statistics) 復号法が提案されている [6].

ターボ復号アルゴリズムにおける要素符号の復号過程 (例えば BCJR アルゴリズム [2]) では、通信路で発生する雑音は各シンボルごとに独立であること、すなわち無記憶であることを仮定している。そのため、記憶のある通信路に対して従来のターボ復号アルゴリズムをそのまま適用して復号を行っても満足な復号結果は得られない。記憶のある通信路における畳み込み符号を各要素符号とするターボ符号に関しては、K.Koike らによって研究がなされており、比較的よい性能を持つ事後確率復号法が提案されている [8]。また同様の研究が [10] によってなされている。一方、一般の線形ブロック符号に関しては、ブロック復号誤り確率を最小にする最尤復号や、準最適な軟判定復号に関しては [9] において研究がなされている。しかし記憶のある通信路におけるブロックターボ符号の復号法に関しては十分な研究がなされていない。

そこで本論文では、記憶のある通信路がバースト性を考慮した隠れマルコフモデルに従うと仮定して、その通信路におけるブロックターボ符号の新しい復号法を提案する。また、シミュレーションにより提案復号法の有効性を示す。

## 2. 準備

### 2.1 積符号

2 つの要素符号  $C_1, C_2$  を用いた 2 次元 ( $N = n_1 n_2, K = k_1 k_2, D = d_1 d_2$ ) 積符号を考える。ここで  $C_1$  は符号長  $n_1$ 、情報記号数  $k_1$ 、最小距離  $d_1$  の 2 元線形 ( $n_1, k_1, d_1$ ) ブロック符号であり、 $C_2$  は符号長  $n_2$ 、情報記号数  $k_2$ 、最小距離  $d_2$  の 2 元線形 ( $n_2, k_2, d_2$ ) ブロック符号である。また  $C_1 (C_2)$  を行 (列) 方向の要素符号という。

復号は各要素符号  $C_1, C_2$  に対して行えばよく、同等の誤り訂正能力を持つ 1 次元の符号に比べ、復号計算量を大幅に削減できる。なお、本論文では簡単のため 2 元線形 ( $n, k, d$ ) ブロック符号  $C$  を行・列方向の要素符号とした 2 元線形 ( $N = n^2, K = k^2, D = d^2$ ) 積符号  $\mathcal{P}$  を考える。

### 2.2 通信路モデル

本論文では、有限離散の状態集合  $S = \{S_1, S_2, \dots, S_{|S|}\}$  からなる隠れマルコフモデルから加法的雑音が生成されると仮定する。状態  $S_j, j = 1, 2, \dots, |S|$  では平均 0、分散  $\sigma_j^2$  のガウス雑音が発生する。以降、この通信路を AWGN 通信路と区別して、隠れマルコフ型ガウス雑音 (HMGN) 通信路と呼ぶ。

状態  $S_j$  から状態  $S_{j'}$  への状態遷移確率を  $p(S_{j'}|S_j)$ 、状態  $S_j$  の定常確率を  $p(S_j)$  と表す。復号器側では、遷移確率  $p(S_{j'}|S_j)$  と定常確率  $p(S_j)$  は既知であると仮定する。

### 2.3 システムモデル

積符号  $\mathcal{P}$  の任意の符号語  $c = (c_1, c_2, \dots, c_N) \in \{0, 1\}^N$  を送信系列  $y = (y_1, y_2, \dots, y_N), y_i = (-1)^{c_i} \in \{+1, -1\}$  へ写像して HMGN 通信路へ入力すると仮定する。受信側では受信系列  $r = (r_1, r_2, \dots, r_N)$  より、信頼度系列  $\theta = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_N), \theta_i = \ln \frac{P(r_i|c_i=0)}{P(r_i|c_i=1)}$  を生成する。また  $\forall i \in [1, N]$  に対して、硬判定シンボル  $z_i$  を次式で定義する。

$$z_i = \begin{cases} 0, & \text{if } \theta_i \geq 0; \\ 1, & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (1)$$

ここで  $[i_1, i_2]$  は  $i_1$  以上  $i_2$  以下の整数集合を表す。この  $\theta$  およ

び硬判定受信系列  $z = (z_1, z_2, \dots, z_N)$  を用いて復号を行う。また AWGN 通信路を仮定した場合、 $|\theta_i|$  が大きいほど  $z_i$  が誤っている確率は小さいので、 $|\theta_i|$  は信頼度と呼ばれる。本論文では、硬判定シンボルの確からしさを表す値を一般に信頼度と呼ぶことにする。

いま、 $\forall l \in [1, n], \forall j \in [1, n]$  に対し、 $r_j^{(l)} \triangleq r_{(l-1)n+j}$  と定義する。また 2 次元受信  $n \times n$  行列を  $R \triangleq [r_j^{(l)}]$  とする。さらに行列  $R$  の第  $l$  行目の行ベクトルを  $r_{-}^{(l)}$  で表し、 $R$  の第  $l$  列目の列ベクトルを  $r_{\cdot}^{(l)}$  で表す。

## 3. 従来研究

本節では雑音が独立な AWGN 通信路におけるブロックターボ符号に対する効率の良いターボ復号法について述べる。AWGN 通信路では、符号語シンボルを独立とみなすことにより、

$$\theta_i = \ln \frac{P(r_i|c_i=0)}{P(r_i|c_i=1)}, \quad i \in [1, N], \quad (2)$$

となる。

### 3.1 積符号に対するブロックターボ復号法 [3]

ブロックターボ復号法はまず復号対象行列  $R'$  の行ベクトル  $r_{-}^{(l)}$  に対し復号を行う。この結果をもとに列ベクトル  $r_{\cdot}^{(l)}$  に対し復号を行う。この過程を  $\tau_{\max}$  回繰り返す。ただし  $\tau_{\max}$  は偶数とする。

[ブロックターボ復号アルゴリズム]

- s1)  $\tau := 1$  とする。復号対象行列を  $R' := [r_j^{(l)}]$  とおく。
- s2)  $\forall l \in [1, n]$  に対し  $r_{-}^{(l)}$  の復号を行い、外部情報  $\omega_j^{(l)}, j \in [1, n]$  を求める。
- s3)  $\omega_j^{(l)}$  を用いて、受信行列を
$$R' := [r_j^{(l)}] + \alpha[\omega_j^{(l)}], \quad (3)$$
と更新する。ここで  $\alpha (> 0)$  はある定数を表す。また、 $\tau := \tau + 1$  とする。
- s4)  $\forall l \in [1, n]$  に対し  $r_{\cdot}^{(l)}$  の復号を行い、 $\omega_j^{(j)}, j \in [1, N]$  を求める。
- s5) もし  $\tau = \tau_{\max}$  ならば復号符号語を出力して終了する。そうでなければ式 (3) より  $R'$  を更新し、 $\tau := \tau + 1$  として s2) に戻る。  $\square$

なお、s3) で用いる外部情報の計算法は次節で詳しく述べる。

### 3.2 $h$ -sOS 復号法 [6]

ターボ復号アルゴリズムの s2) と s4) における要素符号に対する復号は順序統計量に基づく復号が用いられる。この復号を  $h$ -sOS 復号法といい、 $h$  は要素符号に対する一回の復号で生成する候補符号語数を表している。候補符号語は  $k$  次元ベクトル  $t_\mu, 1 < \mu < 2^k$ 、と 1 対 1 対応し、この  $t_\mu$  をテストパターンと呼ぶ。 $h$ -sOS 復号法では復号に用いるテストパターンの集合  $\mathcal{T}$  を事前に定める。以下で  $\mathcal{T}$  の構成法を述べる。

事前に  $\mathcal{P}$  の要素符号である 2 元線形 ( $n, k, d$ ) ブロック符号  $C$  に対し、シミュレーションで十分な数の全ゼロの符号語を送信する。ここで受信系列を  $q = (q_1, q_2, \dots, q_n)$  と表す。 $\mathcal{M}(q) = \{m_1, m_2, \dots, m_k \mid 1 < m_1 < m_2 < \dots < m_k \leq n\}$  は受信系列  $q$  における信頼度  $|\theta_i|$  の値の高い  $k$  ビットの位置集合を表す。また、あるテストパターン  $t$  の評価値を  $f(t)$  で表す。

### [集合 $\mathcal{T}$ の構成法]

t0)  $\mathcal{T} := \emptyset$  とし, 系列長  $k$  の全ての 2 元ベクトル  $\mathbf{v} \in \{0, 1\}^k$  に対し  $f(\mathbf{v}) := 0$  とおく. 全ての受信系列  $\mathbf{q}$  に対し, 次の t1) ~ t3) を繰り返し行う.

t1) 受信系列  $\mathbf{q}$  から信頼度の高い  $k$  シンボルの集合  $\mathcal{M}(\mathbf{q}) = \{m_1, m_2, \dots, m_k\}$  を求める.

t2)  $\mathbf{t} := (z(q_{m_1}), z(q_{m_2}), \dots, z(q_{m_k}))$  とする. ここで  $z(q_{m_i})$  は  $q_{m_i}$  を硬判定したシンボルを表す.

t3) もし  $\mathbf{t} \notin \mathcal{T}$  ならば  $\mathcal{T} := \mathcal{T} \cup \{\mathbf{t}\}$  とし,  $f(\mathbf{t}) := 1$  とする. そうでなければ  $f(\mathbf{t}) := f(\mathbf{t}) + 1$  とする.  $\square$

以上より得られた  $\mathcal{T}$  を  $f(\mathbf{t})$  の値の降べきの順に並び換え, 上位  $h$  個のテストパターンからテストパターン集合  $\mathcal{T}_h$  を決定する.

### [h-sOS 復号アルゴリズム]

テストパターン集合  $\mathcal{T}_h$  を用いた, s2), s4) における要素符号に対する復号アルゴリズムを述べる. 以下では s2) における  $\mathbf{r}_i^{(l)}$  の復号法を示すが, s4) における  $\mathbf{r}_i^{(l)}$  についても同様である. ここで  $G$  を要素符号  $\mathcal{C}$  の生成行列とする.

まず復号器への入力系列  $\mathbf{r}_i^{(l)}$  から信頼度の高い線形独立な  $k$  ビットを選び, 生成行列  $G$  の列を信頼度の高い順に並び換え, 最左の  $k$  列が線形独立になるようにする. また, 最左の  $k \times k$  行列が単位行列となるよう行基本操作を行い, 置換生成行列  $\tilde{G}$  を作成する. 以降,  $n$  次元ベクトル  $\mathbf{x}$  に対し,  $\tilde{G}$  と同様のビット位置置換を施したものを一般に  $\tilde{\mathbf{x}}$  で表す. また,  $\mathbf{r}_i^{(l)}$  の硬判定系列  $\mathbf{z}^{(l)}$  の左から  $k$  ビットを  $\tilde{\mathbf{u}}^{(l)}$  で表す. さらに  $\forall \tilde{\mathbf{t}}_j \in \mathcal{T}_h$  に対し,  $\tilde{\mathbf{u}}^{(l)}$  と同様のビット位置置換を施した系列を  $\tilde{\mathbf{t}}_j \in \tilde{\mathcal{T}}_h$  とする. ある符号語  $\mathbf{x} \in \mathcal{C}$  に対し, 受信系列  $\mathbf{r}^{(l)}$  との 2 乗 Euclid 距離を次式で定義する.

$$|\mathbf{r}^{(l)} - \mathbf{x}|^2 \triangleq \sum_{i=1}^n (r_i^{(l)} - (-1)^{x_i})^2. \quad (4)$$

u1)  $\kappa := 1$  とする. さらに  $\tilde{\mathbf{c}}_0^{(l)} := \tilde{\mathbf{u}}^{(l)} \tilde{G}$  とし,  $\tilde{\mathcal{C}}^{(l)} := \{\tilde{\mathbf{c}}_0^{(l)}\}$  とする.

u2) テストパターン  $\tilde{\mathbf{t}}_\kappa \in \tilde{\mathcal{T}}_h$  を出力し, 候補符号語  $\tilde{\mathbf{c}}_\kappa^{(l)} := (\tilde{\mathbf{u}}^{(l)} \oplus \tilde{\mathbf{t}}_\kappa) \tilde{G}$  を生成する. ここで  $\oplus$  は排他的論理和を表す.  $\tilde{\mathcal{C}}^{(l)} := \tilde{\mathcal{C}}^{(l)} \cup \{\tilde{\mathbf{c}}_\kappa^{(l)}\}$  とする.

u3) もし  $\kappa \neq h$  ならば  $\kappa := \kappa + 1$  と更新して u2) へ戻る.

u4) 生成された候補符号語集合  $\tilde{\mathcal{C}}^{(l)}$  より  $\mathbf{b} := \arg \min_{\mathbf{c}_i^{(l)} \in \tilde{\mathcal{C}}^{(l)}} \{|\mathbf{r}^{(l)} - \mathbf{c}_i^{(l)}|^2\}$  とする. また  $\forall j \in [1, n]$  に対し,  $\mathbf{w}_j := \arg \min_{\mathbf{w} \in \mathcal{C}^{(l)}} \{|\mathbf{r}^{(l)} - \mathbf{w}|^2 \mid \mathbf{w} = (w_1, w_2, \dots, w_n), w_j \neq b_j\}$  とする.

u5) もし  $\mathbf{w}_j$  が存在するならば  $\mathbf{b}$  と  $\mathbf{w}_j$  から第  $j$  シンボルの外部情報  $\omega_j^{(l)}$  を

$$\omega_j^{(l)} := \frac{1}{4} (|\mathbf{z}' - \mathbf{w}_j|^2 - |\mathbf{z}' - \mathbf{b}|^2) (-1)^{b_j} - r_j^{(l)}, \quad (5)$$

より求める. ここで  $\mathbf{z}'$  を,  $z'_j = (-1)^{r_j^{(l)}}$ ,  $j \in [1, n]$ , とする. そうでなければ,

$$\omega_j^{(l)} := \beta (-1)^{b_j} - r_j^{(l)}, \quad (6)$$

とする. ここで  $\beta$  はある定数である.  $\square$

### 3.3 HMGN 通信路における信頼度情報 [9]

本節では HMGN 通信路における硬判定シンボルの信頼度に

ついて述べる. まず, 送信系列  $\mathbf{y} = (y_1, y_2, \dots, y_N)$  が通信路に 入力されたときの通信路の状態系列を  $\mathbf{s} = (s_1, s_2, \dots, s_{N+1}) \in \mathcal{S}^{N+1}$  で表す. 以降,  $\mathbf{s}$  を通信路状態系列と呼ぶことにする. このとき, 符号語  $\mathbf{c}$  の尤度について次式が成り立つ.

$$P(\mathbf{r}|\mathbf{c}) = \sum_{\mathbf{s}} p(s_1) \prod_{j=1}^N p(s_{j+1}|s_j) P(r_j|c_j, s_j). \quad (7)$$

状態  $S_j$  の定常確率  $p(S_j)$  と遷移確率  $p(S_j|S_{j-1})$  は復号器側で 既知であり, さらに結合尤度関数  $P(r_j|c_j, s_j)$ ,  $j = 1, 2, \dots, N$ , は既に得られている受信系列  $\mathbf{r}$  から計算が可能である. 式 (5) は通信路状態のトレリスを用いることによって効率的に計算することが可能である.

HMGN 通信路における通信において, ビット毎の対数尤度比 (LLR)  $\theta_j = \ln \frac{P(\mathbf{r}|c_j=0)}{P(\mathbf{r}|c_j=1)}$  を計算することは容易ではない. ここで結合尤度  $P(r_j|c_j, s_j)$  に対して状態  $s_j \in \mathcal{S}$  で平均をとった状態遷移に独立な平均尤度  $q(r_j|c_j)$  を示す. これは状態  $s_j \in \mathcal{S}$ ,  $j = 1, 2, \dots, N$ , に対して

$$q(r_j|c_j) = \sum_{s_j \in \mathcal{S}} p(s_j) P(r_j|c_j, s_j), \quad (8)$$

で表される.

そして受信シンボル  $r_j$ ,  $j = 1, 2, \dots, N$ , に対して  $q(r_j|c_j)$  を用いた平均 LLR は次式で表される.

$$\phi_j = \ln \frac{q(r_j|c_j=0)}{q(r_j|c_j=1)}, \quad j \in [1, N]. \quad (9)$$

この平均 LLR  $\phi = (\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_N)$  を用いて

$$z_j = \begin{cases} 0, & \text{if } \phi_j \geq 0; \\ 1, & \text{otherwise,} \end{cases} \quad (10)$$

として硬判定系列  $\mathbf{z} = (z_1, z_2, \dots, z_N)$  を得る. ここで平均 LLR の値は通信路状態系列  $\mathbf{s}$  によらないため, 比較的容易に求めることができる. しかし,  $\phi_j$  は受信シンボル  $r_j$  のみから決定されており, 通信路状態系列を考慮に入れていないため,  $\phi_j$  から計算された硬判定シンボルは確からしさに欠けているであろう.

そこで,  $\mathbf{r}$  全体を考慮に入れた第  $j$  シンボルの LLR を考える. いま  $j = 1, 2, \dots, N$  それぞれに対して  $\mathbf{z}_{k,j}$  を

$$\mathbf{z}_{k,j} = (z_1, z_2, \dots, z_{j-1}, k, z_{j+1}, \dots, z_N), k \in \{0, 1\}, \quad (11)$$

とする. ここで,  $\mathbf{z}_{0,j}, \mathbf{z}_{1,j}$  のどちらか一方は必ず  $\mathbf{z}$  と一致する. このとき,  $j = 1, 2, \dots, N$  に対して  $\psi_j$  を次式で表す.

$$\psi_j = \ln \frac{P(\mathbf{r}|\mathbf{z}_{0,j})}{P(\mathbf{r}|\mathbf{z}_{1,j})}, \quad j \in [1, N]. \quad (12)$$

そして  $|\psi_j|$  を本稿における HMGN 通信路における信頼度とする. これは [7] における LLR を雑音が実数の場合に拡張した信頼度と考えられる.

## 4. 提案復号法

### 4.1 パースト誤り通信路における外部情報算出

ターボ復号を行うためには要素符号の復号の際に各シンボルごとに外部情報を算出し, この情報を次の要素符号の復号器に受け渡さなければならない. シンボル毎に雑音が独立な AWGN

通信路では、上で述べたように簡単に外部情報を算出できるが、通信路に記憶のある HMGN 通信路ではそれを求めることは容易ではない。そこで本節では、HMGN 通信路におけるブロックターボ符号の外部情報算出について述べる。

いま、 $\mathbf{r}^{(l)}$  が  $\mathbf{r}_-^{(l)}$  または  $\mathbf{r}_+^{(l)}$  を表すことにする。さらに  $P(\mathbf{r}^{(l)}|\mathbf{c})$  に対し、

$$P(\mathbf{r}^{(l)}|\mathbf{c}) = \sum_{\mathbf{s}} p(\mathbf{s}_1) \prod_{\kappa=1}^n p(\mathbf{s}_{\kappa+1}|\mathbf{s}_{\kappa}) P(\mathbf{r}_{\kappa}^{(l)}|\mathbf{c}_{\kappa}, \mathbf{s}_{\kappa}), \quad (13)$$

が成り立つと仮定する。ここで  $\mathbf{y}_j^{(l)} = (y_1^{(l)}, y_2^{(l)}, \dots, y_n^{(l)})$  を受信シンボル  $\mathbf{r}_j^{(l)}$  に対応する送信シンボル、また  $\mathbf{y}^{(l)}$  を  $\mathbf{r}^{(l)}$  に対応する送信系列とすると、各シンボルの対数事後確率比は

$$\Lambda(y_j^{(l)}) = \ln \frac{p(y_j^{(l)} = +1|\mathbf{r}^{(l)})}{p(y_j^{(l)} = -1|\mathbf{r}^{(l)})}, \quad (14)$$

$$= \ln \frac{\sum_{\mathbf{c}_i^{(l)} \in S_j^{+1(l)}} P(\mathbf{r}^{(l)}|\mathbf{y}^{(l)} = \mathbf{c}_i^{(l)})}{\sum_{\mathbf{c}_i^{(l)} \in S_j^{-1(l)}} P(\mathbf{r}^{(l)}|\mathbf{y}^{(l)} = \mathbf{c}_i^{(l)})}, \quad (15)$$

で与えられる。ただしここで第  $j$  シンボルが 0 である候補符号語の集合を  $S_j^{+1(l)}$ 、第  $j$  シンボルが 1 である候補符号語の集合を  $S_j^{-1(l)}$  としている。

式 (15) に現れる尤度  $P(\mathbf{r}^{(l)}|\mathbf{y}^{(l)} = \mathbf{c}_i^{(l)})$ 、 $\mathbf{c}_i^{(l)} = (c_{i,1}^{(l)}, c_{i,2}^{(l)}, \dots, c_{i,n}^{(l)})$  は、HMGN 通信路に対して 3.3 節で述べたように

$$P(\mathbf{r}^{(l)}|\mathbf{y}^{(l)} = \mathbf{c}_i^{(l)}) = \sum_{\mathbf{s}} p(\mathbf{s}_1) \prod_{\kappa=1}^n p(\mathbf{s}_{\kappa+1}|\mathbf{s}_{\kappa}) P(\mathbf{r}_{\kappa}^{(l)}|c_{i,\kappa}^{(l)}, \mathbf{s}_{\kappa}), \quad (16)$$

で表される。ここで候補符号語の第  $j$  シンボルに注目すると尤度  $P(\mathbf{r}^{(l)}|\mathbf{y}^{(l)} = \mathbf{c}_i^{(l)})$  は更に、

$$P(\mathbf{r}^{(l)}|\mathbf{y}^{(l)} = \mathbf{c}_i^{(l)}) = \sum_{\mathbf{s}} p(\mathbf{s}_1) \prod_{\kappa=1}^{j-1} p(\mathbf{s}_{\kappa+1}|\mathbf{s}_{\kappa}) P(\mathbf{r}_{\kappa}^{(l)}|c_{i,\kappa}^{(l)}, \mathbf{s}_{\kappa}) \\ \times p(\mathbf{s}_{j+1}|\mathbf{s}_j) P(\mathbf{r}_j^{(l)}|c_{i,j}^{(l)}, \mathbf{s}_j) \\ \times \prod_{\kappa=j+1}^n p(\mathbf{s}_{\kappa+1}|\mathbf{s}_{\kappa}) P(\mathbf{r}_{\kappa}^{(l)}|c_{i,\kappa}^{(l)}, \mathbf{s}_{\kappa}), \quad (17)$$

のように分解することができる。

ここで式 (17) において、 $\prod_{\kappa=1}^{j-1} p(\mathbf{s}_{\kappa+1}|\mathbf{s}_{\kappa}) P(\mathbf{r}_{\kappa}^{(l)}|c_{i,\kappa}^{(l)}, \mathbf{s}_{\kappa})$  と  $\prod_{\kappa=j+1}^n p(\mathbf{s}_{\kappa+1}|\mathbf{s}_{\kappa}) P(\mathbf{r}_{\kappa}^{(l)}|c_{i,\kappa}^{(l)}, \mathbf{s}_{\kappa})$  は前向き後ろ向きアルゴリズム [7] を用いることにより計算することができる。

隠れマルコフ型雑音通信路の状態  $\mathbf{s} \in \mathcal{S}$  に滞在する定常確率を  $p(\mathbf{s})$  とし、まず前向き確率の初期値を  $a_0(\mathbf{s}) = p(\mathbf{s})$  で与える。それぞれの  $\mathbf{s} \in \mathcal{S}$  に対して、 $a_j(\mathbf{s})$  を  $j = 1, 2, \dots, n$  について次式で再帰的に求める。

$$a_j(\mathbf{s}) = \sum_{t \in \mathcal{S}} p(\mathbf{s}|t) P(\mathbf{r}_j^{(l)}|c_{i,j}^{(l)}, t) a_{j-1}(t). \quad (18)$$

ここで HMGN 通信路の仮定より  $P(\mathbf{r}_j^{(l)}|c_{i,j}^{(l)}, \mathbf{s})$ 、 $\mathbf{s} \in \mathcal{S}$  は次式で表される。

$$P(\mathbf{r}_j^{(l)}|c_{i,j}^{(l)}, \mathbf{s}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_s} \exp \left\{ -\frac{\left( r_j^{(l)} - (-1)^{c_{i,j}^{(l)}} \right)^2}{\sigma_s^2} \right\}. \quad (19)$$

また、後向き確率の初期値を  $b_n(t) = 1, t \in \mathcal{S}$ 、で与える。それぞれの  $t \in \mathcal{S}$  に対して、 $b_j(t)$  を  $j = n-1, n-2, \dots, 1$  について次式で再帰的に求める。

$$b_j(t) = \sum_{s \in \mathcal{S}} p(\mathbf{s}|t) P(\mathbf{r}_j^{(l)}|c_{i,j}^{(l)}, t) b_{j+1}(s). \quad (20)$$

よって  $a_j(\mathbf{s})$  と  $b_j(t)$  を用いることにより、式 (17) は次のように書き換えることができる。

$$P(\mathbf{r}^{(l)}|\mathbf{y}^{(l)} = \mathbf{c}_i^{(l)}) = \sum_{\mathbf{s}} a_j(\mathbf{s}_j) \times p(\mathbf{s}_{j+1}|\mathbf{s}_j) P(\mathbf{r}_j^{(l)}|c_{i,j}^{(l)}, \mathbf{s}_j) \times b_{j+1}(\mathbf{s}_{j+1}). \quad (21)$$

AWGN 通信路において、ある第  $j$  シンボルの外部情報とは、そのシンボルの値には独立である [4]。HMGN 通信路においては、 $P(\mathbf{r}^{(l)}|\mathbf{y}^{(l)} = \mathbf{c}_i^{(l)})$  の計算において  $p(\mathbf{s}_{j+1}|\mathbf{s}_j) = 1, P(\mathbf{r}_j^{(l)}|c_{i,j}^{(l)}, \mathbf{s}_j) = 1$  とおくことにより、そのシンボルの影響を除外できると考えられる。すなわち、

$$x_{i,j}^{(l)} = \sum_{\mathbf{s}} p(\mathbf{s}_1) \prod_{\kappa=1}^{j-1} p(\mathbf{s}_{\kappa+1}|\mathbf{s}_{\kappa}) P(\mathbf{r}_{\kappa}^{(l)}|c_{i,\kappa}^{(l)}, \mathbf{s}_{\kappa}) \\ \times \prod_{\kappa=j+1}^n p(\mathbf{s}_{\kappa+1}|\mathbf{s}_{\kappa}) P(\mathbf{r}_{\kappa}^{(l)}|c_{i,\kappa}^{(l)}, \mathbf{s}_{\kappa}), \quad (22)$$

と表される。

この  $x_{i,j}^{(l)}$  を全ての候補符号語について算出し、

$$\omega_j^{(l)} = \ln \frac{\sum_{\mathbf{c}_i^{(l)} \in S_j^{+1(l)}} x_{i,j}^{(l)}}{\sum_{\mathbf{c}_i^{(l)} \in S_j^{-1(l)}} x_{i,j}^{(l)}}, \quad (23)$$

とおいたものを、HMGN 通信路における第  $j$  シンボルの外部情報とする。

## 4.2 提案復号アルゴリズム

本論文では、 $h$ -sOS 復号アルゴリズムにおける  $\hat{\mathbf{u}}^{(l)}$  の生成において、信頼度  $|\theta|$  ではなく、HMGN 通信路における信頼度  $|\psi|$  を用いて、従来の復号を行う手法を提案復号アルゴリズム 1 とよぶことにする。ここでは、HMGN 通信路に対する送信系列の送信順を、積符号  $\mathcal{P}$  において行方向に上から順番に送ることを仮定する。

さらに積符号  $\mathcal{P}$  の行方向については雑音の記憶を用いることができるので、式 (22), (23) を用いて外部情報の算出を行う。列方向については雑音の記憶を用いることは適切ではないので、ここでは式 (5) を用いて計算することにして、これを提案復号アルゴリズム 2 とする。

以下にそれらのアルゴリズムを示す。

### [提案復号アルゴリズム 1]

v1)  $\tau := 1$  とする。復号対象行列を  $R^l := [r_j^{(l)}]$  とおく。

v2) 受信  $R^l = [r_j^{(l)}], j \in [1, n], l \in [1, n]$  に対して、信頼度  $|\psi_j^{(l)}|$  を次式で計算する。

$$\psi_j^{(l)} := \ln \frac{P(R^l | \mathbf{z}_{0,j+(l-1) \times n})}{P(R^l | \mathbf{z}_{1,j+(l-1) \times n})}, j \in [1, n], l \in [1, n]. \quad (24)$$

ここで  $|\psi_j^{(l)}|$  は受信シンボル  $r_j^{(l)}$  に対応する信頼度とする。

v3)  $\mathbf{r}_-^{(l)}, \forall l \in [1, n]$  に対して、信頼度  $|\psi_j^{(l)}|$  を用いて置換生成行列  $\hat{G}$  を生成する。

- v4)  $r_j^{(l)}$  に対し,  $h$ -sOS 復号アルゴリズムの u1) から u5) を行い,  $\tau := \tau + 1$  とする.
- v5) 受信系列  $r_j^{(l)}$  に対しても, v2) ~ v4) と同様の復号を行う.
- v6) もし  $\tau = \tau_{max}$  ならば復号符号語を出力して終了する. そうでなければ式 (3) を用いて  $R'$  を更新し,  $\tau := \tau + 1$  として w2) に戻る. □

#### [提案復号アルゴリズム 2]

- w1)  $\tau := 1$  とする. 復号対象行列を  $R' := [r_j^{(l)}]$  とおく.
- w2) 受信  $R' = [r_j^{(l)}], j \in [1, n], l \in [1, n]$ , に対して, 式 (24) を用いて信頼度  $|\psi_j^{(l)}|$  を計算する.
- w3)  $r_j^{(l)}, \forall l \in [1, n]$ , に対して, 信頼度  $|\psi_j^{(l)}|$  を用いて置換生成行列  $\tilde{G}$  を生成する.
- w4)  $h$ -sOS 復号アルゴリズムの u1) から u3) を行い, 候補符号語集合  $\tilde{C}^{(l)}$  を生成する.
- w5) 生成された候補符号語集合  $\tilde{C}^{(l)}$  の各要素  $c_i^{(l)}, 1 \leq i \leq h$ , に対して, 式 (18), (20), (21) を用いることにより,  $a_{i,j}^{(l)}(s_j), b_{i,j}^{(l)}(s_j), j \in [1, n], l \in [1, n]$ , を計算する. また,  $x_{i,j}^{(l)}$  を次式により算出する.
- $$x_{i,j}^{(l)} := \sum_g a_{i,j}^{(l)}(s_j) \times b_{i,j+1}^{(l)}(s_{j+1}). \quad (25)$$
- w6)  $x_{i,j}^{(l)}$  を用いて外部情報  $\omega_j^{(l)}$  を次式により算出する.
- $$\omega_j^{(l)} := \ln \frac{\sum_{c_i^{(l)} \in S_j^{+(l)}} x_{i,j}^{(l)}}{\sum_{c_i^{(l)} \in S_j^{-}(l)} x_{i,j}^{(l)}}. \quad (26)$$
- w7) 外部情報  $\omega_j^{(l)}$  を用いて, 受信シンボルを
- $$r_j^{(l)} := r_j^{(l)} + \gamma \times \omega_j^{(l)}, j \in [1, n], l \in [1, n], \quad (27)$$
- と更新する. ここで  $\gamma (> 0)$  はある定数を示す. さらに  $\tau := \tau + 1$  とする.
- w8) 更新された受信  $R'$  に対し式 (24) を用いて信頼度  $|\psi_j^{(l)}|$  を再計算する.
- w9)  $r_j^{(l)}, \forall l \in [1, n]$ , に対して, 信頼度  $|\psi_j^{(l)}|$  を用いて置換生成行列  $\tilde{G}$  を生成する.
- w10)  $h$ -sOS 復号アルゴリズムの u1) から u5) を行う.
- w11) もし  $\tau = \tau_{max}$  ならば復号符号語を出力して終了する. そうでなければ式 (3) を用いて  $R'$  を更新し,  $\tau := \tau + 1$  として w2) に戻る. □

## 5. シミュレーションによる評価

本節では, 提案復号法の有効性を示すために, 計算機シミュレーションによる評価を行う.

### 5.1 シミュレーション条件

#### (1) 記憶のある通信路

シミュレーションでは 2 状態  $S = \{G, B\}$  の隠れマルコフモデルを仮定する. 状態  $B$  の定常確率を  $p(B) = 0.1$ , 遷移確率を  $p(G|B) = 0.1$  とする. また, 各状態におけるガウス雑音の分散は  $\sigma_B^2 = 10\sigma_G^2$  とする. 各図においては状態  $B$  と  $G$  の混合ガウス分布を平均 0, 分散  $\sigma^2 = p(G)\sigma_G^2 + p(B)\sigma_B^2$  の正規分布と近似した場合の  $E_b/N_0$  [dB] を変化させている.

#### (2) 符号

積符号  $\mathcal{P}$  に対して, 要素符号を 2 元 (31, 16) BCH 符号とし

た 2 元 (31, 16)<sup>2</sup> 積符号を用いる.

#### (3) 復号法

シミュレーションでは,  $h$ -sOS 復号法, 提案復号アルゴリズム 1 を用いた復号法, 提案復号アルゴリズム 2 を用いた復号法を用いる. さらに, 提案復号アルゴリズム 1 と 2 に対して, 真の雑音状態系列を与える理想状態系列を用いた復号法をそれぞれ用いる.

#### (4) 実験方法

まずテストパターンの集合を構成する際,  $2 \times 10^4$  個の全ゼロの符号語を送信する. そしてそれぞれの復号法に対して,  $10^4$  個の符号語を SN 比  $E_b/N_0$  [dB] の HMGN 通信路を介して送信する. この際, 復号繰り返し回数は  $\tau = 4$  とする. また外部情報による受信値更新のための定数を,  $\alpha = 0.5, \beta = 0.5, \gamma = 0.6$  と定める. そして復号に用いるテストパターン  $h$  の値が, 20, 50 の場合についてシミュレーションを行う.

## 5.2 結果

**結果 1)** 図 1 より, テストパターン  $h$  の値が 20 の場合には, 提案復号アルゴリズム 1 が 2.5 [dB] 以上の各 SN 比において, 従来復号法よりもよい復号性能を示し, また, 提案復号アルゴリズム 2 では 3.0 [dB] 以上の各 SN 比において従来復号法よりもよい復号性能を示している.

**結果 2)** 図 2 より, テストパターン  $h$  の値が 50 と十分に多い場合には, 提案復号アルゴリズム 1 では 2.0 [dB] 以上の各 SN 比において従来復号法よりもよい復号性能を示している. 一方, 提案復号アルゴリズム 2 においては全ての  $E_b/N_0$  [dB] において従来復号法よりもよい復号性能を示していることがわかる.

## 5.3 評価と考察

#### (1) 復号誤り確率

結果 1) ~ 結果 2) より提案アルゴリズム 1 は, ほぼ全ての  $E_b/N_0$  [dB] において良い復号性能を得ることができた. これは HMGN 通信路において式 (2) による信頼度  $|\theta_j|$  を用いて置換生成行列  $\tilde{G}$  を生成する手法よりも, 雑音の記憶を考慮した式 (12) による信頼度  $|\psi_j|$  を用いた手法のほうが有効であることを示している.

結果 2) より提案アルゴリズム 2 は全ての  $E_b/N_0$  [dB] において従来復号法よりも良い復号性能を達成した. これは式 (26) による雑音の記憶を考慮した外部情報の算出が有効であることを示している.

ただし,  $E_b/N_0$  [dB] が低いところでは従来手法よりも提案復号法 2 の復号性能が悪いところが見られる. この原因は, 各要素符号の復号の際に, 前のステップからの外部情報で更新された受信系列をそのまま用いて信頼度  $|\psi_j|$ , 外部情報  $\omega_j^{(l)}$  を算出している点にあると考えられる. そのため通信路状態の悪い  $E_b/N_0$  [dB] では十分に通信路状態系列を把握できていないため, 復号器では誤った情報を利用してしまい復号性能が悪くなると考えられる.

#### (2) 計算量

本節では従来復号法と提案復号アルゴリズム 1 および 2 について, その復号に要する計算量について述べる.

従来復号法において, 各シンボルの信頼度を算出する際の実数演算回数は, 加算が 0, 乗算が  $O(n^2)$  となる. また提案復号アルゴリズム 1 および 2 の実数演算回数は, 乗算, 加算ともに  $O(|S|^2 \cdot n^2)$  となり, 提案アルゴリズムは従来復号法と比較し

て計算量が増えている。

次に復号に支配的となる外部情報算出に要する実数演算回数について比較する。従来復号法と提案復号アルゴリズム 1 に要する復号全体の計算量は、乗算が  $O(n^2)$ 、加算が  $O(n^3 + h \cdot n^2)$  となる。一方、提案復号アルゴリズム 2 の復号全体の計算量は、乗算が  $O(h \cdot |S|^2 \cdot n^2)$ 、加算が  $O(n^3 + h \cdot |S|^2 \cdot n^2)$  となる。すなわち提案アルゴリズム 2 の計算量は HMGN 通信路の状態数に依存して増大することになるが、状態数が少ない環境では従来復号法と同等な計算量であろう。

なお、復号過程における候補符号語集合生成に要するビット演算の計算量は、従来復号法、提案復号法とも変わらず  $O(h \cdot k \cdot n^2)$  の計算量となる。

最終的に従来復号法、提案復号法の計算量はともに  $O(n^3)$  となる。

## 6. まとめと今後の課題

本論文では、隠れマルコフモデルに従う雑音に記憶のあるバースト誤り通信路における、ブロックターボ符号の復号法を提案した。結果的にテストパターン数が多い場合には、従来復号法よりも提案復号法がよい復号性能を示した。またテストパターン数が少ない場合にも、 $E_b/N_0$  [dB] が中程度から大きい範囲では従来復号法よりも良い性能を示した。これらの結果より、本論文で提案したブロックターボ符号の外部情報の算出手法が有効であるということがわかった。

今後の課題としては、雑音に記憶のある通信路に適したより正確な外部情報の算出方法を導出することが挙げられる。そして復号繰り返しの際に信頼度  $|\psi_j|$ 、外部情報  $\omega_j^{(l)}$  が単純に更新された受信系列を用いるのではなく、より精度の高い算出方法を導くことが考えられる。

**謝辞** 著者の一人若狭は日頃より有益な助言を頂いた早稲田大学の石田崇氏、細谷剛氏および、平澤研究室の方々に感謝いたします。

本研究の一部は文部省科学研究費(基礎研究 No.1576-0281)の助成による。

## 文 献

- [1] J.Hagenauer, E.Offer and L.Papke, "Iterative Decoding of Binary Block and Convolutional Codes," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol.IT-42, No.5, pp.429-445, Mar. 1996.
- [2] L.R.Bahl, J.Coche, F.Jelinek and J.Ravin, "Optimal Decoding of linear Codes for Minimizing Symbol Error Rate," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol.IT-5, pp.284-287, Mar. 1974.
- [3] R.M.Pyndiah, "Near-optimum decoding of product code: Block Turbo codes," *IEEE Trans. Commun.*, vol.46, pp.1003-1010, Aug. 1998.
- [4] C.Berrou, A.Glavieux and P.Thitimajshima, "Near Shannon limit error-correcting coding and decoding: Turbo code(1)," *IEEE Int. Conf. Commun. ICC'93*, vol2/3, pp.1064-1071, May. 1993.
- [5] M.P.C.Fossorier and S.Lin, "Soft-Decision Decoding of Binary Linear Block Codes Based on Ordered Statistics," *IEEE Trans. Inform. Theory*, pp.1379-1396, Sep. 1995.
- [6] H.Tokushige, J.Asatani, M.Fossorier and T.Kasami, "A Soft-input and output Decoding Algorithm for Block Turbo Codes," *The 25th Symposium on Information Theory and Its Applications*, Gunma, Japan, pp.3-6, Dec. 10-13, 2002.
- [7] T.Wadayama, "An iterative decoding algorithm of low density parity check codes for hidden Markov noise channel,"

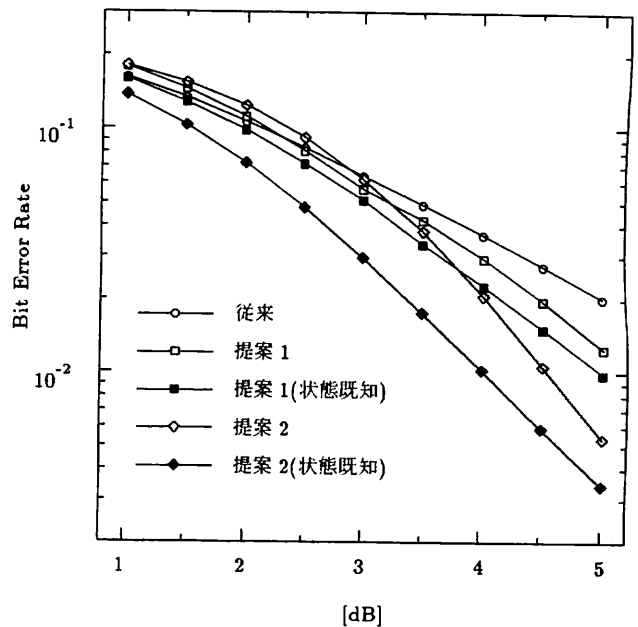


図 1 テストパターン数  $h=20$

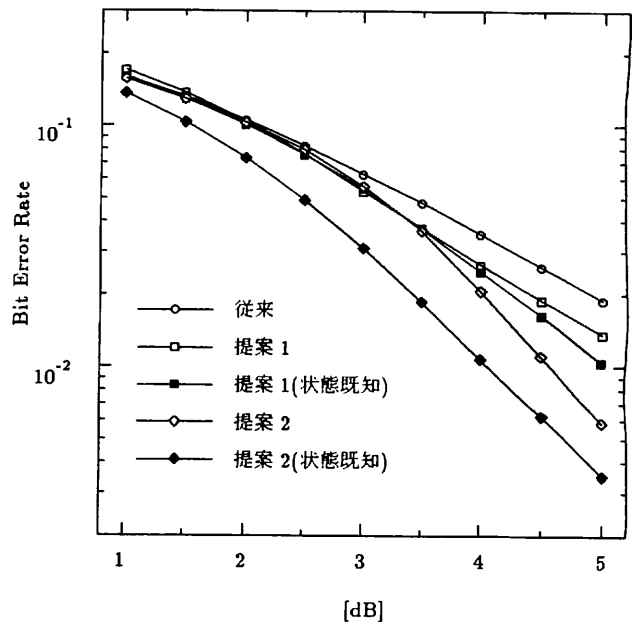


図 2 テストパターン数  $h=50$

*Proc. of International Symposium on Information and Its Applications*, Hawaii, U.S.A., Nov. 2000

- [8] K.Koike and H.Ogiwara, "Performance evaluation of turbo code over impulsive noise channel," *IEICE Trans. Fundamentals*, vol. E84-A, pp.2418-2426, Oct. 2001
- [9] 八木秀樹, 小林学, 平澤茂一, "隠れマルコフ型雑音通信路における信頼度情報に基づく軟判定復号法," *The 25th Symposium on Information Theory and Its Applications*, Gunma, Japan, pp.11-14, Dec. 10-13, 2002.
- [10] 大島英明, 小林学, 平澤茂一, "隠れマルコフ型雑音通信路におけるターボ復号法," *The 25th Symposium on Information Theory and Its Applications*, Gunma, Japan, pp.179-182, Dec. 10-13, 2002.